

# 恒温加速退化试验的灰色预测

李坤兰

(中国电子产品可靠性与环境试验研究所, 广州 510610)

**摘要:** 针对恒温加速退化试验数据处理中的贫数据问题, 利用灰色建模所需数据量少的优势, 提出了加速寿命的灰色预测方法。将灰色  $GM(1,1)$  模型与阿伦尼乌斯方程相结合, 提出了加速退化试验有效性判断依据和常温贮存寿命外推方法, 并在某型三极管的加速退化试验数据处理中进行了成功应用。将此外推方法与曲线拟合方法进行了比较, 结果表明该模型具有更好的适应性。

**关键词:** 加速退化试验; 灰色  $GM(1,1)$  模型; 预测; 加速寿命; 阿伦尼乌斯方程; 常温寿命

**中图分类号:** TG156      **文献标识码:** A

**文章编号:** 1672-9242(2011)04-0020-05

## Grey Prediction of Constant Temperature Accelerated Degradation Testing

LI Kun-lan

(China Electronic Products Reliability and Environmental Testing Institute, Guangzhou 510610, China)

**Abstract:** A new accelerated life prediction method was put forward by using the advantages of grey system theory to solve the inadequate data problem of constant temperature accelerated degradation testing. This method was based on the grey  $GM(1,1)$  model and Arrhenius equation. The judgment basis and room temperature storage life extrapolation method for accelerated degradation testing was put forward, which was successfully applied in data processing of accelerated degradation testing on triode. This extrapolation method was compared with curve fitting methods. The results showed that the Grey  $GM(1,1)$  model has better adaptability.

**Key words:** accelerated degradation testing; grey  $GM(1,1)$  model; prediction; accelerated life; Arrhenius equation; normal temperature life

加速退化试验技术成为保障产品高可靠、长寿命的必然要求。对于某些高可靠、长寿命产品, 即使采用加速寿命试验方法, 有时也难以得到失效数据, 使得基于失效数据分析的加速寿命试验方法得不到预期结果, 因此加速退化试验技术应运而生。加速

退化试验是通过提高应力水平来加速性能退化, 收集在高应力水平下的性能退化数据, 利用这些数据来预测常规使用应力下的退化寿命<sup>[1]</sup>。加速退化试验克服了加速寿命试验在零失效方面的应用困难, 是目前新兴的长寿命试验方法, 在保障产品的高可

收稿日期: 2011-01-28

作者简介: 李坤兰(1973—), 女, 湖南人, 高级工程师, 主要从事元器件、零部件等的贮存可靠性和产品定寿延寿研究。

靠、长寿命性能的研究中具有广阔的应用前景。恒温加速退化试验简单有效,在实践中广泛应用,外推的准确性也较高<sup>[2-6]</sup>,但试验时间长。另外,在工程实际中,试验样品的数量少,对于个别类型的产品其试验样品数一个应力水平只有一个,导致了试验的贫数据问题,给试验数据的处理带来了新的挑战。灰色预测理论是用数据生成的方法去寻找隐藏在杂乱无章的数据中的规律,其建模数据少、计算简便、预测结果精度高,还可缩短试验时间、节省试验费用<sup>[7]</sup>。

笔者针对设备恒温应力加速退化试验数据处理中的贫数据问题,应用灰色系统理论将加速退化试验系统作为含未知信息的灰色系统,将试验数据作为灰色量,利用序列方法进行数据生成和拟合,提出了用灰色GM(1,1)模型和阿伦尼乌斯方程来处理加速退化试验数据,预测加速寿命和外推常温贮存寿命。

## 1 GM(1,1)模型建立、检验和优化<sup>[8-9]</sup>

### 1.1 级比检验(建模可行性分析)

为了建立精度较高的GM(1,1)模型,对原始序列( $x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ )进行级比检验,通过级比的大小与其可溶覆盖范围来判断是否可以建模。其计算公式为:

$$\sigma_k^0 = \frac{x_{k-1}^0}{x_k^0} \quad k = 2, 3, \dots, n \quad (1)$$

式中: $\sigma$ 为序列级比; $0$ 为原始序列; $k$ 为可延伸数集。

当 $\sigma_k^0 \in (e^{2/(n+1)}, e^{2/(n+1)})$ ( $n$ 为原始序列中的 $n$ )时,可建立精度较高的GM(1,1)预测模型。

如果原始序列未通过级比检验,则需要对原始序列进行数据变换处理,使得经过处理后的序列级比落在可溶覆盖中,再建模。

### 1.2 建立灰色GM(1,1)模型

GM(1,1)模型的定义式为: $x_k^0 + az_k^1 = b$ 。式中: $z_k^1$ 为原始序列的一阶累加生成; $a$ 为发展系数; $b$ 为灰作用量。

因此,要建立GM(1,1)模型,首先要确定系数 $a$

和 $b$ 。

对非负原始序列 $x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ ,进行一阶累加生成(即1-AGO),得到生成序列 $x^1$ ,即 $x_k^1 = \sum_{i=1}^k x_i^0, k = 1, 2, \dots, n$ 。序列 $x^1$ 的紧邻均值为: $z_k^1 = \frac{1}{2}(x_k^1 + x_{k-1}^1)$ 。则数据矩阵 $B$ 及数据向量 $Y$ 为:

$$B = \begin{bmatrix} -z_2^1 & 1 \\ -z_3^1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z_n^1 & 1 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} x_2^1 \\ x_3^0 \\ \vdots \\ x_n^0 \end{bmatrix}$$

$a$ 和 $b$ 通过求解 $\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ 来确定。

将白色预测方程 $x_k^0 + az_k^1 = b$ 的解与累加反推公式相结合,就可以实现原始序列 $x^0$ 的预测。它们的表达式如下:

$$\hat{x}_{k+1}^1 = (x_1^0 - \frac{b}{a})e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad (\text{白色预测方程}) \quad (2)$$

$$\hat{x}_{k+1}^0 = \hat{x}_{k+1}^1 - \hat{x}_k^1 \quad (\text{累加反推公式}) \quad (3)$$

式(2)和式(3)构成了灰色预测模型,模型中的 $-a$ 反映了序列 $\hat{x}^1$ 及 $\hat{x}^0$ 的单调发展态势; $b$ 反映数据变化的关系。

### 1.3 检验灰色模型

为了确保所建灰色模型有较高的精度,需要对灰色预测模型进行检验。

设相对误差 $\Delta_k$ 、平均相对误差 $\bar{\Delta}_k$ 与精度 $p^0$ 表示如下:

$$\Delta_k = \frac{x_k^0 - \hat{x}_k^0}{x_k^0} \times 100\% \quad (4)$$

$$\bar{\Delta}_k = \frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n |\Delta_k| \quad (5)$$

$$p^0 = (1 - \bar{\Delta}_k) \times 100\% \quad (6)$$

对于 $\Delta_k$ ,一般要求 $\Delta_k < 20\%$ ,最好 $\Delta_k < 10\%$ ;对于 $p^0$ ,一般要求 $p^0 > 80\%$ ,最好 $p^0 > 90\%$ 。按 $\Delta_k, p^0$ 的大小,可将预测精度分为一级、二级、三级、四级,各级的指标值见表1<sup>[9]</sup>。

若检验能通过,则可以用所建立的模型进行预测。否则,需要应用参数优化、残差修正或建立新陈

表1 灰色模型检验分级

Table 1 Grade of GM(1,1) model verification

| 精度级别 | 相对误差 $\Delta_k / \%$ | 精度 $p^0 / \%$ |
|------|----------------------|---------------|
| 一级   | 1                    | 99            |
| 二级   | 5                    | 95            |
| 三级   | 10                   | 90            |
| 四级   | 20                   | 80            |

代谢模型等方法对模型进行优化,使得精度合格后,才能进行预测。

### 1.4 参数优化

在确定系数  $a$  和  $b$  后,按照使原始数据序列的 1-AGO 序列  $x^1$  与其模拟序列  $\hat{x}^1$  之差的平方和最小的原则,确定白化权函数中的常数  $c$ ,从而构建了优化的时间响应函数,进而提高模型预测精度。 $GM(1,1)$ 模型  $x_k^0 + az_k^1 = b$  的时间响应函数为:

$$\hat{x}_k^1 = \frac{b}{a} + c \times e^{-ak} \quad (7)$$

$$\text{式中: } c = \frac{\sum_{i=1}^n \left(x_i^1 - \frac{b}{a}\right) e^{-ai}}{\sum_{i=1}^n e^{-2ai}}。$$

还原值为:

$$\begin{cases} \hat{x}_1^0 = \hat{x}_1^1 \\ \hat{x}_{k+1}^0 = \hat{x}_{k+1}^1 - \hat{x}_k^1 \quad k = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (8)$$

优化后还需要对模型进行检验,检验合格后才能用于预测。

## 2 灰色预测

通过时间响应函数可以预测给定时间的数值。根据灰色系统理论,当发展系数  $a \in (-2, 2)$ ,且当  $a \geq -0.3$  时,所建  $GM(1,1)$ 模型可用于中长期预测<sup>[8]</sup>。因此,如果应用灰色  $GM(1,1)$ 模型来预测产品的失效时间,加速退化试验就不必像加速寿命试验那样直到试验产品失效。只要所建立模型的预测精度达到要求即可停止加速退化试验,因而缩短了试验时间、节省了试验费用。

首先通过式(2)得到累加生成数列的预测值,再通过式(3)最终求得模型的还原值,即原始序列的预

测值。也可以按照下式直接得出原始序列的预测值:

$$\hat{x}_{k+1}^0 = (1 - e^a) \left(x_1^0 - \frac{b}{a}\right) e^{-ak} \quad (9)$$

## 3 加速退化试验有效性检验

通过灰色  $GM(1,1)$ 模型获得的是单一应力水平下的产品参数的预测值,即产品在该温度应力下的失效时间。

对于式(9):当  $\hat{x}_{k+1}^0 > \hat{x}_k^0$ , 即当  $x_1^0 > \frac{b}{a}$  时,模型函数为单调递增函数;当  $\hat{x}_{k+1}^0 < \hat{x}_k^0$ , 即当  $x_1^0 < \frac{b}{a}$  时,模型函数为单调递减函数。

只有利用阿伦尼乌斯方程求得的激活能为正时,加速退化试验才是有效的。对于多个应力水平而言,当温度应力升高时,加速寿命缩短,即多个温度应力水平之间具有可加速性。由于加速退化试验所施加的温度应力应该保证其失效机理与常温下的失效机理一致,因此多个温度应力水平下的测试序列变化趋势应该一致,即均为单调递增或单调递减序列。对于具体产品的加速退化试验来说,满足表2的条件时,加速退化试验是有效的。因此,可以按照表2中的条件来判断加速退化试验的有效性。

表2 加速退化试验有效性判断依据

Table 2 Validity estimation gist of accelerated degradation test

| 参数边界类型 | 单应力水平有效性判断依据  | 多应力水平有效性判断依据(当 $T_1 < T_2 < T_3$ 时) |
|--------|---|-------------------------------------|
| 下边界    | $x_1^0 < \frac{b}{a}$ (减函数)                                 | $t_1 > t_2 > t_3$                   |
| 上边界    | $x_1^0 > \frac{b}{a}$ (增函数)                                 | $t_1 > t_2 > t_3$                   |
| 双边界    | $x_1^0 > \frac{b}{a}$ (增函数)或<br>$x_1^0 < \frac{b}{a}$ (减函数) | $t_1 > t_2 > t_3$ , 且模型函数均为增函数或减函数。 |

注:表中的  $a$  和  $b$  是模型的参数; $T$  为加速退化试验的热力学温度; $t$  表示模型预测获得的加速寿命。

## 4 常温寿命的求解

用灰色  $GM(1,1)$ 模型预测所获得的是高温应力下的寿命,因此还需要进行外推,才能获得常温下的

寿命。

假设产品的寿命与温度关系的数学模型符合阿伦尼乌斯方程。其表达式为:

$$\ln t = A + B \frac{1}{T} \quad (10)$$

式中: $t$ 为模型预测获得的加速寿命, $h$ ;  $T$ 为热力学温度, $K$ ;  $A, B$ 为常数,可以利用最小二乘法来估计<sup>[10]</sup>。

$$B = \frac{E_a}{k} \quad (11)$$

式中: $k$ 为玻尔兹曼常数, $k=0.8617 \times 10^{-4}$ ;  $E_a$ 为激活能。

待 $A$ 和 $B$ 确定后,阿伦尼乌斯方程就确定了,此

时可以进行外推求解常温下的寿命。

## 5 应用实例

### 5.1 灰色预测

某型号三极管共12只分别在90,140,165℃下进行了恒定温度应力的加速退化试验,并定时测试了该型号三极管的集电极-基极击穿电压( $U_{BV_{CBO}}$ )、集电极-发射极击穿电压( $U_{BV_{CEO}}$ )、发射极-基极击穿电压( $U_{BE_{EBO}}$ )、集电极-基极截止电流( $I_{CB0}$ )、集电极-发射极截止电流( $I_{CE0}$ )、发射极-基极截止电流

表3 GM(1,1)建立、预测及检验

Table 3 Establishing, forecasting and verifying of GM(1,1) model

| 参数名称           | 试验温度/℃ | 级比检验结果 | 模型参数a值                 | 参数边界类型 | 模型函数单调性 | 是否有意义 | 模型预测结果/h | 预测精度/% | 可加速性判断 |
|----------------|--------|--------|------------------------|--------|---------|-------|----------|--------|--------|
| $U_{BV_{CBO}}$ | 90     | 可建模    | $4.06 \times 10^{-3}$  | 下边界    | 减函数     | 有意义   | 48 600   | 98.106 | 可加速    |
|                | 140    | 可建模    | $7.54 \times 10^{-3}$  |        | 减函数     | 有意义   | 26 600   | 98.32  |        |
|                | 165    | 可建模    | $1.49 \times 10^{-2}$  |        | 减函数     | 有意义   | 11 523   | 96.399 |        |
| $U_{BV_{CEO}}$ | 90     | 可建模    | $5.24 \times 10^{-4}$  | 下边界    | 减函数     | 有意义   | —        | —      | —      |
|                | 140    | 可建模    | $-2.12 \times 10^{-3}$ |        | 增函数     | 无意义   | 不必预测     | —      |        |
|                | 165    | 可建模    | $-1.00 \times 10^{-4}$ |        | 增函数     | 无意义   | —        | —      |        |
| $I_{BE_{EBO}}$ | 90     | 可建模    | $-1.50 \times 10^{-4}$ | 下边界    | 增函数     | 无意义   | —        | —      | —      |
|                | 140    | 可建模    | $-9.30 \times 10^{-4}$ |        | 增函数     | 无意义   | 不必预测     | —      |        |
|                | 165    | 可建模    | $1.90 \times 10^{-4}$  |        | 减函数     | 有意义   | —        | —      |        |
| $I_{CB0}$      | 90     | 可建模    | $-9.70 \times 10^{-4}$ | 上边界    | 增函数     | 有意义   | 729 600  | 99.043 | 可加速    |
|                | 140    | 可建模    | $-2.84 \times 10^{-3}$ |        | 增函数     | 有意义   | 243 000  | 99.127 |        |
|                | 165    | 可建模    | $-1.30 \times 10^{-2}$ |        | 增函数     | 有意义   | 43 587   | 98.199 |        |
| $I_{CE0}$      | 90     | 无法建模   | —                      | 上边界    | —       | —     | —        | —      | —      |
|                | 140    | 可建模    | —                      |        | 不必建模    | —     | —        | —      |        |
|                | 165    | 无法建模   | —                      |        | —       | —     | —        | —      |        |
| $U_{BE_{EBO}}$ | 90     | 无法建模   | —                      | 上边界    | —       | —     | —        | —      | —      |
|                | 140    | 无法建模   | —                      |        | —       | —     | —        | —      |        |
|                | 165    | 无法建模   | —                      |        | —       | —     | —        | —      |        |
| $U_{VCESAT}$   | 90     | 可建模    | $6.11 \times 10^{-5}$  | 上边界    | 减函数     | 无意义   | —        | —      | —      |
|                | 140    | 可建模    | $-1.35 \times 10^{-3}$ |        | 增函数     | 有意义   | 不必预测     | —      |        |
|                | 165    | 可建模    | $-2.00 \times 10^{-5}$ |        | 增函数     | 有意义   | —        | —      |        |
| $U_{VBESAT}$   | 90     | 可建模    | $3.75 \times 10^{-5}$  | 上边界    | 减函数     | 无意义   | —        | —      | —      |
|                | 140    | 可建模    | $-2.80 \times 10^{-4}$ |        | 增函数     | 有意义   | 不必预测     | —      |        |
|                | 165    | 可建模    | $3.00 \times 10^{-5}$  |        | 减函数     | 无意义   | —        | —      |        |
| $r_{HFE}$      | 90     | 可建模    | $-1.90 \times 10^{-6}$ | 双边界    | 增函数     | 有意义   | —        | —      | —      |
|                | 140    | 可建模    | $-8.40 \times 10^{-5}$ |        | 增函数     | 有意义   | 不必预测     | —      |        |
|                | 165    | 可建模    | $2.00 \times 10^{-5}$  |        | 减函数     | 有意义   | —        | —      |        |

( $I_{IEBO}$ )、集电极-发射极饱和电压( $U_{VCESAT}$ )、基极-发射极饱和电压( $U_{VBESAT}$ )和共发射极正向电流传输比( $r_{HFE}$ )共9个电性能参数。加速退化试验每次测试间隔时间为200 h。性能参数合格范围分别为: $U_{BVCBO} \geq 45$  V,  $U_{BVCEO} \geq 30$  V,  $U_{BVEBO} \geq 4$  V,  $I_{ICBO} \leq 0.5$   $\mu$  A,  $I_{ICEO} \leq 1$   $\mu$  A,  $I_{IEBO} \leq 1$   $\mu$  A,  $U_{VCESAT} \leq 1$  V,  $U_{VBESAT} \leq 1.2$  V,  $30 \leq r_{HFE} \leq 200$ 。

为了获得较好的数据序列和预测结果,首先对加速退化试验数据进行预处理,剔除平行样品测试数据的奇异数据;再对数据序列进行级比检验,并判断是否能建立GM(1,1)模型;最后建立GM(1,1)模型并进行模型检验和寿命预测,结果见表3。

由表3可知,所有的模型参数 $a$ 均符合 $-0.3 \leq a < 2$ ,GM(1,1)模型可用于中长期预测。性能参数 $U_{BVCBO}$ 和 $I_{ICBO}$ 可用来外推常温下该参数的超差时间。由于 $U_{BVCBO}$ 比 $I_{ICBO}$ 更早出现超差,因此,应该用性能参数 $U_{BVCBO}$ 的加速退化试验寿命预测结果来外推常温下的寿命。

利用性能参数 $U_{BVCBO}$ 的加速退化寿命预测结果可以外推得出该型三极管常温(25  $^{\circ}$ C)下的寿命为:16.43 a。

## 5.2 曲线拟合

对90,140,165  $^{\circ}$ C的试验数据进行拟合,拟合的相关系数见表4。

表4 拟合的相关系数  
Table 4 Curve fitting

| 项目    | 相关系数            |                  |                  |
|-------|-----------------|------------------|------------------|
|       | 90 $^{\circ}$ C | 140 $^{\circ}$ C | 165 $^{\circ}$ C |
| 线性拟合  | 0.087 8         | 0.320 4          | 0.627 3          |
| 对数拟合  | 0.093 9         | 0.252 5          | 0.820 5          |
| 多项式拟合 | 0.137 7         | 0.323 5          | 0.980 8          |
| 乘幂拟合  | 0.096 2         | 0.251 2          | 0.814 4          |
| 指数拟合  | 0.090 9         | 0.318 2          | 0.625 1          |

由表4可知,90  $^{\circ}$ C和140  $^{\circ}$ C的数据用线性拟合、对数拟合、多项式拟合、乘幂拟合和指数拟合后所得的相关系数都很低,因此无法进行外推。尽管165  $^{\circ}$ C的数据拟合后相关系数高,最高达到了0.98,可以进行外推,但是只有一个温度应力水平下的寿命,也无法利用阿伦尼乌斯方程求解常温下的寿命。因此,应用拟合的数据处理方法得不到结果。

综上所述,灰色GM(1,1)模型比传统的曲线拟合法具有更好的适应性。

## 6 结论

文中给出的方法适用于解决高可靠、长寿命产品的加速寿命预测和常温寿命的求解,该方法比传统的曲线拟合法具有更好的适应性。在应用时,需要根据灰色预测的特点,将加速退化试验的测试周期定为等时距。加速退化试验数据首先需要进行预处理,在剔除了数据中的奇异点后,才能用于建模和预测。

## 参考文献:

- [1] 邓爱民. 高可靠长寿命产品可靠性技术研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2006.
- [2] 涂小珍,李敬明. 某火工品贮存老化效应分析研究[J]. 含能材料,2008,16(5):539—542.
- [3] RUSSAKO V, LOREN S, WHALLE Y, et al. Accelerated Aging Testing of Energetic Components: A Current Assessment of Methodology[C]//36th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Conference and Exhibit. Huntsville, 2000.
- [4] JOHN D Glass. Uses and Abuses of Accelerated Age Testing of Pyrotechnic Devices[C]//40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit. Florida, 2004.
- [5] 张亚,安晓红. 火工品贮存寿命评估方法研究[J]. 火箭与制导学报,2006(2):74—76.
- [6] 李健,王金华,陆培永. 温度步进应力加速寿命试验研究[J]. 电子产品可靠性与环境试验,2007(1):1—4.
- [7] 邓聚龙. 灰色系统理论教程[M]. 武汉:华中理工大学出版社,1990.
- [8] 刘思峰,党耀国,方志耕. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京:科学出版社,2004.
- [9] 肖新平,宋中民,李峰. 灰技术基础及其应用[M]. 北京:科学出版社,2005.
- [10] 张尧庭,方开泰. 多元统计分析引论[M]. 北京:科学出版社,1997.