

环境及其效应

# 条件非线性最优扰动在热带气旋 调控减灾中的应用初探

彭跃华<sup>1,2</sup>, 张卫民<sup>3</sup>, 郑崇伟<sup>1,3</sup>, 项杰<sup>3</sup>

(1.海军大连舰艇学院, 辽宁 大连 116018; 2.中国科学院大气物理研究所, 北京 100029;

3.国防科学技术大学, 长沙 410073)

**摘要:** 为主动减小热带气旋灾害, 给将来热带气旋调控的工程实践奠定理论基础。从 Ross Hoffman 对热带气旋调控减灾的研究出发, 引出了作为非线性最优控制技术的四维变分天气控制版本。简要介绍了条件非线性最优扰动 (CNOP) 的概念, 在此基础上, 重点介绍了 CNOP 方法与四维变分方法相比改进方面的主要应用, 它可以利用控制过程中的观测数据, 从而在天气控制方面优于四维变分技术。进一步研究了 CNOP 在热带气旋控制中的另外两个应用, 即对初始扰动发展为热带气旋的反演以及利用 CNOP 寻求产生最大垂直风切变的扰动。新的非线性最优控制技术可称为“非线性最优强迫变分 (NOFV)”或“非线性最优强迫扰动 (NOFP)”方法, 它可以使控制尽可能接近观测。研究表明, CNOP 方法在热带气旋调控减灾中大有用武之地。

**关键词:** 条件非线性最优扰动; 热带气旋调控减灾; 四维变分; 非线性最优强迫扰动

**DOI:** 10.7643/issn.1672-9242.2019.11.018

**中图分类号:** TB114 **文献标识码:** A

**文章编号:** 1672-9242(2019)11-0095-05

## Preliminary Study on Applying Conditional Nonlinear Optimal Perturbation to Tropical Cyclone Mitigation

PENG Yue-hua<sup>1,2</sup>, ZHANG Wei-min<sup>3</sup>, ZHENG Chong-wei<sup>1,3</sup>, XIANG Jie<sup>3</sup>

(1. PLA Dalian Naval Academy, Dalian 116018, China; 2. Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China; 3. National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**ABSTRACT:** To initiatively mitigate the tropical cyclone disaster and lay a theoretical basis for engineering practice of tropical cyclone control in the future, investigations into tropical cyclone mitigation, especially those made by Ross Hoffman, were introduced in the beginning to elicit the weather control version of 4-Dimensional Variation (4D-Var) as a nonlinear optimal control technique and the theory of natural cybernetics. Subsequently, the concept of Conditional Nonlinear Optimal Perturbations (CNOP) was briefly presented. On this basis, the primary application of CNOP, improved by comparison with 4D-Var, were stressed upon, which can make use of the observational data during the controlling process, thereby having some advantages over 4D-Var in weather control. Moreover, two other applications of CNOP, i.e. inversion of the initial perturbation evolving into a tropical cyclone and the solution of perturbation yielding maximum vertical wind shear with CNOP, were further investigated. The technique may be called ‘nonlinear optimal forcing variation calculus (NOFV)’ or ‘nonlinear optimal forcing perturbation (NOFP)’ approach, which could make controlling as close to the observation as possible. The investigation and analysis

收稿日期: 2019-09-26; 修订日期: 2019-10-26

基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目 (41405062)

作者简介: 彭跃华 (1985—), 男, 讲师, 主要研究方向为大气海洋环境调控。

show that CNOP approach are useful in tropical cyclone mitigation.

**KEY WORDS:** conditional nonlinear optimal perturbation; tropical cyclone mitigation; 4-dimensional variation; nonlinear optimal forcing perturbation

热带气旋 (TC) 作为一种破坏力极强的极端气象事件和海洋天气现象, 一直受到各界的广泛关注, 不过之前大家主要关注它的自然强度演变和移动路径预报。人工影响和调控热带气旋可能是许多人的梦想, 但以前基本只能出现在人们的想象或科幻大片中。随着气象学、数学、计算机、工程学、卫星技术等诸多科学技术的发展, 也许梦想在不久的将来就会照进现实, 这对于每年都受到热带气旋灾害的中国沿海地区乃至全球热带气旋灾区, 尤其是那些经济发达的沿海城市具有非常重要的意义。

事实上, 美国早就开始进行人工影响飓风的理论和可行性研究了, 并且在 1962—1983 年间开展过名为“Stormfury”的人工影响飓风的外场试验<sup>[1-2]</sup>, 但由于在理论和实际效果上都存在不可靠最终被迫叫停, 大家认为主要还是因为设计理论上局限于云物理学的云种播散理论而未对热带气旋有较深入的了解就鲁莽行动所导致。随着数值模拟技术和计算机的发展, 人们可以避免这种“莽夫式”的外场试验, 即先进数值模拟试验。更重要的是, 对于气象运动, 不大可能也不需要用到对等的能量去与之抗衡。大气是一个复杂非线性系统, 混沌理论就是 Lorenz 研究气象预报时提出的, 其通俗形象即著名的“蝴蝶效应”, 主要表现为对初值极其敏感。在模拟一个过去已经发生的飓风之后, Ross Hoffman<sup>[3]</sup>在任意给定时刻改变一个或多个特征, 并考察这些扰动的效果。结果是这些改变大部分简单地逐渐消失了, 仅仅那些有着特殊特征 (引起自我增强的特殊型式或结构) 的干预会充分发展从而对风暴有较大的影响。只要找到正确的刺激 (对风暴的改变), 它会产生可导致想要结果的鲁棒响应。

由此 Ross Hoffman 在人工控制热带气旋方面又发展了新的理论和技术, 其基本思想是: 利用非线性最优控制技术, 给热带气旋及其周围大气一个合适的扰动, 通过热带气旋自身的非线性作用来控制其移动路径。由于热带气旋能量实在太太大, 扰动也需要惊人的能量, 他设计的是用未来建造的空间太阳能发电站提供此能量。有关他的理论和设想, 主要的文章发表在 2004 到 2006 年期间<sup>[4-5]</sup>。从 2006 年到现在的十余年间, 他和他的团队似乎又没有了太大进展, 美国也没有进行外场试验的计划。其原因可能有如下几点:

1) Hoffman 使用的非线性最优控制技术是四维变分 (4DVar) 方法的天气控制应用, 在控制的过程中, 假设模拟热带气旋的数值模式是完美的, 不考虑模式误差, 事实上模式总是存在误差, 尤其在现阶段

人们对 TC 强度和内部结构等不甚了解的情况下。

2) Hoffman 数值试验中更多考虑的是改变热带气旋周围的环境场, 这需要的能量太大, 实际上更可行的应该是改变热带气旋结构, 通过结构变化引起路径、强度和移速的改变, 但这要求对热带气旋的结构同化和模拟准确。2006 年以前在这方面还存在技术瓶颈, 导致人工影响后不能准确控制或预估路径与实际相差大, 这是很被动甚至很可怕的。

3) 可能数值模拟他们难有大的突破了, 只能等待发射足够强微波的卫星升空, 美国原计划于 2016 年开始建立大型相位阵列太阳能卫星“太空之花”, 准备花 25 年时间全部建成, 但今年没有相关卫星发射。

4DVar 方法的天气控制版本属于非线性最优控制技术, 因为变分法是研究泛函极值的一种典型方法, 最优控制问题也是泛函极值问题, 且目标函数与约束函数中至少有一个函数是非线性的, 因此是非线性最优控制问题, 四维变分方法同时满足条件, 故为非线性最优控制技术。

中国在人工影响和调控热带气旋方面的研究较少, 但非线性最优方法在气象学和海洋学中逐渐有发展。由于海洋和大气都是复杂的非线性系统, 穆穆和段晚锁在 2003 年提出了条件非线性最优扰动 (Conditional Nonlinear Optimal Perturbation, 简称 CNOP) 的概念, 以考察非线性对大气和海洋运动的影响。自从提出以后, 它已经被用来研究 ENSO 的可预报性<sup>[6-13]</sup>、海洋热盐环流的被动变率及其敏感性。近来, CNOP 方法还被用来确定热带气旋目标观测的敏感区<sup>[14-15]</sup>。这些研究表明, CNOP 方法对于研究天气和气候包括热带气旋的非线性发展是个有用的工具。CNOP 方法和 4DVar 方法都是非线性最优方法, 且都研究泛函极值问题, 它是否可以像 4DVar 方法一样, 用于热带气旋的非线性最优控制值得研究。

## 1 天气控制版本介绍

### 1.1 CNOP 方法

由于大气海洋数值模式在本质上是控制地球流体如海洋和大气运动的带有初边值条件的偏微分方程组, 可以把状态向量为  $X$  的非线性微分方程组 ( $X$  可以表示温度、气压、风矢量、湿度等) 写成算子的形式:

$$\begin{cases} \frac{\partial X}{\partial t} = N(X) \\ X|_{t=0} = X_0 \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $N$  是非线性算子。在  $\tau$  时刻, 方程 (1) 的解可以写成:

$$X(\tau) = M_\tau(X_0) \quad (2)$$

$M_\tau$  在这里是从初始时刻到  $\tau$  时刻的非线性传播算子。令  $X$  和  $X+x$  分别是初始条件为  $X_0$  和  $X_0+x_0$  的问题 (1) 的解, 其中  $x_0$  是初始扰动, 有:

$$\begin{cases} X(\tau) = M_\tau(X_0) \\ X(\tau) + x(\tau) = M_\tau(X_0 + x_0) \end{cases} \quad (3)$$

此处  $x(\tau)$  描述了初始扰动  $x_0$  的非线性发展。

针对不同的物理问题, 可以给定  $\|\bullet\|$  来度量初始扰动  $x_0$  发展的范数, 目标泛函为  $J(x_0) = \|M_\tau(X_0 + x_0) - M_\tau(X_0)\|^2$ 。那么, 满足式 (4) 泛函极值的初始扰动  $x_{0\delta}$  被称为条件非线性最优扰动 (CNOP)。

$$J(x_{0\delta}) = \max_{\|x_0\|_\delta \leq \delta} J(x_0) \quad (4)$$

式中:  $\|x_0\|_\delta \leq \delta$  表示合适的约束条件 ( $\delta > 0$  表征一定大小的物理约束条件, 如观测误差的大小)。

在约束条件  $\|x_0\|_\delta \leq \delta$  下, 条件非线性最优扰动 (CNOP) 是目标泛函的全局极值点, 局部极值点被称为局部条件非线性最优扰动 (local CNOP)。因此, 只要满足一定的约束条件, CNOP 就是非线性增长在预报时刻最大的初始扰动。

## 1.2 4DVar 方法

由于 Ross Hoffman 用的是 4DVar 方法的天气控制版本 (目前 4DVar 通常用于资料同化), 因此先简介他所用的方法, 并加入一点我们的理解。在模拟改变路径的文献中作者的描述是: 在数值实验中, 作者在初始时刻 ( $t=t_0$ ) 寻求一个接近观测态的控制态, 这样在后面某时刻 ( $t=t_1$ ), 控制模拟 (即加入扰动的模拟) 接近目标大气状态。为了在数学上确定将要通过四维变分最小化的代价函数, 作者首先定义无扰动的模拟  $U$ , 从时刻  $t_0$  到  $t_1$ , 对应状态  $U(t_0)$  和  $U(t_1)$ 。然后作者定义目标状态  $G(t_1)$ , 在此热带气旋位置改变到无扰动状态  $U(t_1)$  位置以西大约 100 km 处。然后作者用四维变分找到一个最优控制模拟或靶标模拟  $T$ , 使目标状态差异  $T(t_1) - G(t_1)$  (即  $t_1$  时刻扰动后的状态与目标状态之差) 和初始状态差异  $T(t_0) - U(t_0)$  (初始时刻扰动状态与无扰动状态之差, 即初始扰动本身) 同时达到最小。换句话说,  $T(t_0) - U(t_0)$  是达到目标在  $T(t_1) - G(t_1)$  范围内的最小扰动。因此, 与同化所用四维变分中的对应关系, 我们的理解是: 无扰动状态对应背景场 (先验的), 扰动后状态 (即最优控制模拟) 对应模式解, 目标状态对应观测场。

在笔者初步的实验中, 目标状态不匹配和初始扰动大小在代价函数中用一个简单的二次项来描述:

$$J(t) = \sum_{x,k} \frac{1}{S_{sk}^2} \left[ \sum_{i,j} \{T_{xijk}(t) - G_{xijk}(t)\}^2 \right] \quad (5)$$

用四维变分使  $J(t_0)+J(t_1)$  最小化。在此  $x$  定义模式变量 (如温度或水平风分量),  $i, j, k$  指示三个空间维度的格点,  $t$  表示时间 ( $t_0$  或  $t_1$ )。在  $t_0$  处保持目的接近无扰动的初始条件。因此  $G(t_0)=U(t_0)$ 。在方程 (1) 中, 使用了通量或变量的“耦合”形式, 因为这是 MM5 中原始方程的形式。控制向量是所有物理量的清单, 它允许通过最小化而改变。控制向量元素的例子是特定格点的温度。原则上, 可以使  $J$  关于整个模式状态向量 (也就是所有格点上所有预测变量) 最小化。对于 MM5, 这些是  $p'$ 、 $p \cdot u$ 、 $p \cdot v$ 、 $p \cdot T$ 、 $p \cdot q$  和  $p \cdot w$  (扰动气压、耦合的向东和向北的风分量、温度、相对湿度、垂直速度) 的三维场。四维变分可以配置使得所有变量允许变动, 即使只用到温度、水平风和湿度观测。

## 2 CNOP 与 4DVar 比较后改进的主要用法

从第 1 节介绍的思路可以先仿照 Hoffman 的方法做些数值模拟, 模式从 MM5 升级到 WRF, 并且在 4DVar 求解过程中可用到中科院大气所王斌等的 DRP-4DVar 方法<sup>[16-17]</sup>, 或者与用伴随模式求解的方法对比, 从而得出一些结论。预期可以找出一些控制态或有效扰动, 但与 Hoffman 的工作相比不会有太大的改进。从上述简介可知, 4DVar 方法的天气控制版本实质上是一种非线性最优控制技术。

下面对 4DVar 天气控制版本这种非线性最优控制技术进行改进。由于 Hoffman 在使用 4DVar 的过程中, 假定模式是完美的, 也就是不考虑模式误差, 这是一个较大的缺陷。文中意欲考虑模式误差, 试图使用 CNOP 方法。此方法以前主要用于研究天气气候的可预报性、目标观测、集合预报初始值和热盐环流敏感性等, 从未用于天气控制。它与 4DVar 方法有较大相似, 比如都是非线性最优化方法, 都与模式密切相关, 都与扰动有关, 数值求解算法也很类似。如用伴随模式求梯度, 用 SQP 或 SPG 算法求泛函极值等。不过 4DVar 是使扰动后的模式状态与目标状态之差最小, 而 CNOP 是使扰动发展最大。

分析 4DVar 与 CNOP 的代价函数差异, 由于 4DVar 的代价函数表示为扰动后的模式状态与目标状态之差, 而 CNOP 中扰动发展的代价函数表示为扰动后的模式状态与无扰动状态之差。二者差异表现为目标状态与无扰动状态之差, CNOP 求最大, 4DVar 求最小, 其差异正好是极值。若目标状态表示为无扰动状态+某常量, 则代价函数的差异为常量, 显然不行, 即使稍微复杂点把常量改为非时变量也不合适。

考虑到实际情形,无扰动状态并非准确预报值,目标状态表示为观测场+非时变量),则目标状态与无扰动状态之差表示为模式误差+非时变量。由于非时变量易于处理,因此这个差异最终可用模式误差来刻画。

研究发现,模式误差的产生可能是由于模式未能准确地描述一些物理过程。鉴于此,国际上有一种思路,即考虑在模式倾向方程添加 tendency perturbation (或外强迫)来描述模式误差的影响。Sausen 等指出最重要的模式系统误差来源于初始气候漂移或初始倾向误差 (ITE),并提出一种统计诊断平均漂移的理论方法,即通过在方程中引入定常的外强迫项来校正初始漂移,低谱模式试验虽只对纬向平均温度订正,但模式气候都得到改善。D'Andrea 和 Vautard 建议,假定某时段的观测值是已知的,那么可以通过在模式倾向方程中添加一个合适的定常型外强迫用于校正模式,使其模拟的结果与该观测最接近,从而使得校正后的模式有更好的预报结果 (COF 方法)。Feng 和 Duan 表明,在数值模式中采用 COF 方法校正模式偏差,不仅能够订正不随时间变化的模式误差,并且能够在一定程度上部分订正随时间变化的模式误差。尽管这样,数值模式仍然存在很大一部分随时间变化的模式误差没有被订正。因此,在模式倾向方程叠加定常型强迫项抵消模式误差的方法 (即 COF 方法)具有一定的局限性。为了克服 COF 方法的局限性,Duan 等提出了 OFV 方法,该方法可以用于订正随时间变化的模式误差。

考虑非线性偏微分方程组:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = F(\bar{u}, t) \\ \bar{u}|_{t=0} = \bar{u}_0 \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $\bar{u}(\bar{x}, t)$  为状态向量,  $\bar{u}(\bar{x}, t) = [u_1(\bar{x}, t), u_2(\bar{x}, t), \dots, u_n(\bar{x}, t)]$ ;  $F$  为非线性算子;  $\bar{u}_0$  为向量  $\bar{u}$  的初始状态。假定用该方程来预报大气、海洋等流体的运动,但存在模式误差。

考虑到模式误差通常是随时间变化的,即便 COF 方法能够部分订正模式的时变误差,但模式中仍存在很大一部分随时间变化的模式误差没有被校正。这里,考虑添加一个随时间变化的强迫项  $f(x, t)$ , 即:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = F(\bar{u}, t) + f(\bar{x}, t) \\ \bar{u}|_{t=0} = \bar{u}_0 \end{cases} \quad (7)$$

同样地,可以考虑将该类问题转化为一类非线性优化问题。通过选择  $f(\bar{x}, t)$  使模式预报结果在时间窗口内与已有的观测最接近。这种最优强迫项的求解需要满足下面的优化问题,

$$J(f_{\min, t_1}) = \min \|M_{i+1-t_i}(f_{t_i})(y_{t_i}) - u_{i+1}^{\text{obs}}\| \quad (8)$$

从该优化问题可以得出最优外强迫项向量形式为:  $f_{\min, t_k - t_0} = (f_{\min, t_0}, f_{\min, t_1}, \dots, f_{\min, t_{k-1}})$ , 则  $f_{\min, t_k - t_0}$  即最优强迫向量 OFV, 使得在时间窗口内模式的模拟结果与观测结果最为接近。

当给定某一度量范数时,  $f_{\min, t_k - t_0}$  定义了一个无约束优化问题, OFV 为目标函数极小值在空间相对应的点。这里需要说明的一点是, OFV 的任一分量在计算过程中仍旧是不随时间变化的,因而可以像计算 COF 或者是计算 FSV 一样,通过 L-BFGS 优化算法求解。这种算法需要提供目标函数关于外强迫项的梯度。Feng 和 Duan 指出,数值模式关于模式强迫项的伴随模式可以建立在数值模式关于初始扰动的伴随模式的基础上。可见, OFV 方法与 4DVar 方法和 CNOP 方法形式上都很相似。

对于模式误差,可以考虑结合 4DVar 和与 CNOP 关系密切的最优强迫向量 (OFV) 方法。初步考虑先用 OFV 找出与观测最优匹配的模式误差,然后有两种处理方法:一种是对加上最优模式误差的方程用 4DVar 方法做控制;另一种如前所述,先利用最优模式误差求出目标状态与无扰动状态之差,然后用 CNOP 方法做控制,只是代价函数变成了扰动后的模式状态减去无扰动状态后再减去此差异。

此种方法相当于  $\{[OFV] \oplus [4DVar]\}$  方法或者  $\{[OFV] \oplus [CNOP]\}$  方法,不妨称之为“非线性最优强迫变分”或者“非线性最优强迫扰动”方法。它与 Hoffman 所用 4DVar 方法相比最大的优势是考虑模式误差,也就是在控制过程中用到观测资料。Hoffman 所用方法也能间接用到观测资料,是在模式求解得出无扰动状态的过程中。文中的方法将两次用到观测资料,从而使得控制尽可能向观测靠近。

### 3 CNOP 的其他用法

#### 3.1 用 CNOP 反推发展成热带气旋的初始扰动

热带气旋的形成需要在初期有大气扰动,一般统计认为主要起源于四种初始扰动:热带辐合带中的涡旋 (80%左右)、东风波 (10%左右)、切断低压或高空冷涡 (5%左右)、斜压性扰动 (5%左右)。因此,热带气旋可以认为是由扰动发展而成,用 CNOP 方法就可以反推出这种初始扰动。在这方面,国内科研人员已经成功把 CNOP 用于反推暴雨的初始扰动。也就是说,把热带气旋或暴雨看成是正常天气下的强烈扰动,用 CNOP 可以反推出初始扰动。这样一来,如果能消除此初始扰动,则可消除热带气旋或暴雨。

这其中的问题可能包括:1) 热带地区扰动众多,如何保证反推出来的初始扰动准确无误;2) 当反推时热带气旋实际已经形成。换种方式考虑,是否可以

找到发展成热带气旋的初始扰动的共同 pattern, 类似于 ENSO 的东正西负或相反的海温结构。

### 3.2 用 CNOP 求得使风切变极大的扰动

热带气旋的形成条件之一是需要对流层风速垂直切变小, 因为只有这样, 才能使由凝结释放的潜热始终加热一个有限范围内的同一气柱, 因而可以较快形成暖心结构。另外由于对流层上下的空气相对运动很小, 从而保证了初始扰动的气压不断降低, 最后形成热带气旋。大量的观测研究表明: 强的垂直切变对热带气旋强度的影响具有抑制作用, 即强的垂直切变能阻止在环境切变气流中发生和发展。在强的垂直切变场中, 热带气旋的强度将减弱。从不同地区热带气旋发生的季节和频率来看, 在西北太平洋和东北太平洋、北大西洋、南印度洋风暴一般较多, 在这些地区纬向风平均垂直切变较小。在春秋季节, 在北印度洋和南海地区垂直切变小, 有利于风暴发展; 而在盛夏, 北印度洋和南海热带风暴形成很少, 只在孟加拉湾北部有少数风暴生成, 这是因为在这些地区风速垂直切变很大。在东南太平洋或南大西洋, 由于风速垂直切变过大, 这些地区便没有风暴形成。另外, 通过各种观测资料进行分析后, 人们认为环境垂直风切变必须低于某个阈值才有利于热带气旋的发展, 并得出了一些统计关系等。由此可见, 风垂直切变小是一个很重要的必要条件。反之, 如果能设法使风垂直切变增大, 则热带气旋的卷云罩被吹走, 从而逐渐减弱甚至消亡。

基于这点, 文中提出如下思路: 如果能通过动力学的方法找到风场的一个极不稳定点, 该点受扰动后能使风垂直切变发生突变, 切变突然增大很多, 则可能破坏热带气旋的暖心结构, 使热带气旋减弱, 这可能比单纯播撒冻结核更合算。当然, 目前人工影响天气的手段基本上还只是通过播撒冻结核和吸湿性核来实现预定目的, 但也有学者已经指出了“爆炸”对云体的作用。在带有爆炸或动力扰动的作业后, 观测到的一些现象难于用播撒效应来说明, 则可用动力扰动来解释。因此, 可以利用 CNOP 方法, 通过热带气旋的数值模式找到这个极不稳定点, 使得风切变在预期时刻达到极大, 从而使得热带气旋强度减弱。

## 4 结语

文中从 Ross Hoffman 已做的工作入手, 引出非线性最优控制技术, 简要介绍了 CNOP 的相关内涵, 重探讨了 CNOP 与 4DVar 比较后改进的主要用法, 进一步探究了 CNOP 的其他用法。从探讨和分析可知, CNOP 方法在 TC 控制的理论、方法和技术上有很大的应用潜力。同时, 由于热带气旋极其复杂和强大, 气象学家对它的认识尚且不全面或者有不准确, 尤其对于 TC 的强度和内部结构, 因此调控 TC 的工作任重而道远。

### 参考文献:

- [1] GENTRY R C. Project Stormfury[J]. Bulletin of American Meteorology Society, 1960, 50(6): 404-409.
- [2] GENTRY R C. Hurricane Debbie Modification Experiments[J]. Science, 1970, 168(3930): 473-475.
- [3] Hoffman R N. Controlling Hurricanes[J]. Sci Am, 2004, 10: 68-75.
- [4] HOFFMAN R N, HENDERSON J M, LEIDNER S M. Using 4DVar to Move a Simulated Tropical Cyclone in a Mesoscale Model[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2006(52): 1193-1204.
- [5] HOFFMAN R N, HENDERSON J M, LEIDNER S M, et al. The Response of Damaging Winds of a Simulated Tropical Cycjone to Finite Amplitude Perturbations of Different Variables[J]. J Atmospheric Sciences, 2006, 63(7): 1924-1937.
- [6] MU M, DUAN W S. A New Approach to Studying ENSO Predictability: Conditional Nonlinear Optimal Perturbation[J]. Chin Sci Bull, 2003, 48: 1045-1047.
- [7] DUAN W S, MU M, WANG B. Conditional Nonlinear Optimal Perturbation as the Optimal Precursors for ENSO Events[J]. J Geophys Res, 2004, 109: D23105.
- [8] DUAN W S, MU M. Investigating Decadal Variability of El Niño-Southern Oscillation Asymmetry by Conditional Nonlinear Optimal Perturbation[J]. J Geophys Res, 2006, 111: C07015.
- [9] DUAN, W S, XUE F, MU M. Investigating a Nonlinear Characteristic of El Niño Events by Conditional Nonlinear Optimal Perturbation[J]. Atmos Res, 2009, 94(1): 10-18.
- [10] PENG Y H, DUAN W S, XIANG J. Effect of Stochastic MJO Forcing on ENSO Predictability[J]. Advances in Atmospheric Sciences, 2011, 28(6): 49-60.
- [11] PENG Y H, DUAN W S, XIANG J. Can the Uncertainties of Madden Jullian Oscillation Cause a Significant “Spring Predictability Barrier” for ENSO Events[J]. Acta Meteorologica Sinica, 2012, 26(5): 566-578.
- [12] PENG Y H, SONG J Q, XIANG J, et al. Impact of Observational MJO Forcing on ENSO Predictability in the Zebiak-Cane model: Part I Effect on the Maximum Prediction Error[J]. Acta Oceanologica Sinica, 2015, 34(5): 39-45.
- [13] PENG Yue-hua, ZHENG Chong-wei, LIAN Tao, et al. Can Intra-seasonal Wind Stress Forcing Strongly Effect Spring Predictability Barrier for ENSO in Zebiak-Cane Model[J]. Ocean Dynamics, 2018, 68: 1273-1284.
- [14] MU M, ZHOU F, WANG H. A Method to Identify the Sensitive Areas in Targeting for Tropical Cyclone Prediction: Conditional Nonlinear Optimal Perturbation[J]. Mon Weather Rev, 2009, 137: 16.
- [15] ZHOU Fei-fan, MU Mu, ZHANG He. The Impact of Nonlinearity on the Targeted Observations for Tropical Cyclone Prediction[J]. Geophysical Research Abstracts, 2018, 15: 2013-2022.
- [16] WANG B, LIU J J, WANG S D, et al.: An Economical Approach to Four-dimensional Variational Data Assimilation[J]. Adv Atmos Sci, 2010, 27(4): 715-727.
- [17] WANG B, ZHAO Y. A New Data Assimilation Approach[J]. Acta Meteor Sin, 2006, 20: 275-282.