

基于应变模态方法的飞机蒙皮分布动载荷识别

张丛, 付益战, 李元栋, 李家旭

(中航飞机股份有限公司汉中飞机分公司, 陕西 汉中 723213)

摘要: **目的** 解决飞机蒙皮分布动态载荷确定的工程实际问题。**方法** 将基于广义正交多项式的复杂分布动载荷识别技术与应变模态理论相结合, 建立利用有限个测点的应变响应和结构应变频响函数作为已知参数的飞机蒙皮分布动载荷识别模型。利用 Nastran 软件, 以某型飞机机身中段外蒙皮为例, 分别采用位移模态方法和应变模态方法进行了 70、80、90、100 Hz 下的蒙皮分布动载荷识别, 并进行对比分析。**结果** 以应变响应作为已知参数的应变模态载荷识别方法, 在各计算频率下均具有较好的识别精度, 最大识别误差为 8.9%, 能够满足工程应用。在各识别频率下, 采用应变方法识别过程中的积分矩阵条件数小于位移方法。在 100 Hz 识别频率下增加 3% 随机误差干扰后, 位移识别方法最大误差为 19.4%, 采用应变方法的载荷识别最大误差为 9.8%。**结论** 相比于传统的采用位移模态的载荷识别方法, 以应变响应作为已知参数的应变模态载荷识别方法具有更好的数值稳定性, 对于解决结构共振频率附近频响函数矩阵奇异性问题具有很好的应用价值。

关键词: 应变模态; 载荷识别; 结构动力学; 正交多项式

DOI: 10.7643/issn.1672-9242.2020.09.020

中图分类号: O327; TB123 **文献标识码:** A

文章编号: 1672-9242(2020)09-0113-05

Identification of Aircraft Skin Distributed Dynamic Load Based on Strain Modal Method

ZHANG Cong, FU Yi-zhan, LI Yuan-dong, LI Jia-xu

(Hanzhong Branch of AVIC Aircraft Co., Ltd, Hanzhong 723213, China)

ABSTRACT: To solve the practical engineering problem of distributed dynamic load identification on aircraft skin, this paper combined the strain modal theory and the complex distributed dynamic load identification technology based on the generalized orthogonal polynomials, established a distributed dynamic load identification model of aircraft skin with the structural strain response of limited measuring points and strain transfer function as the known parameters. Taking the outer skin of a certain aircraft fuselage as an example, the distributed dynamic load identification of skin was carried out at 70, 80, 90 and 100 Hz by both displacement mode method and strain mode method with NASTRAN software, and a comparative analysis was carried out. The example showed that the method of dynamic load identification of aircraft skin distribution using strain mode method had good accuracy of load identification and the maximum identification error was 8.9%, which can meet the needs of engineering application. The condition number of integral matrix based on strain modal method was lower than those based on displacement method at each frequency. The maximum identification error of displacement method reached 19.4% when 3% random noise was applied, while the identification error of the maximum strain method was 9.8%. Compared with the traditional method of load

收稿日期: 2020-07-09; 修订日期: 2020-07-13

Received: 2020-07-09; Revised: 2020-07-13

作者简介: 张丛(1991—), 男, 工程师, 主要研究方向为飞机结构振动与气动弹方向。

Biography: ZHANG Cong(1991—), Male, Engineer, Research focus: vibration and aeroelastic of aircraft structure.

load identification using displacement mode, the strain modal load identification method with strain response as a known parameter has better numerical stability, which has a good application value for solving the singularity problem of frequency response function matrix near the resonance frequency of structure.

KEY WORDS: strain modal; load identification; structural dynamics; orthogonal polynomial

当今运输类飞机的发展,随着轻质化、高推重比等需求,对于飞机结构设计提出了更高的要求。在飞机结构设计中,结构载荷输入是设计人员必须考虑的关键因素,它对于飞机结构设计优化具有十分重要的意义。运输机在飞行过程中,机身蒙皮在流场中受到分布动态载荷的作用。机身蒙皮在动态载荷的作用下引发结构振动和噪声,影响机上人员的舒适性,过度振动甚至可能导致飞机结构疲劳破坏,进而影响飞行安全。然而,由于环境工况的影响,在飞机蒙皮外侧布置压力传感器十分困难,机身蒙皮所受分布载荷通常很难在飞行过程中进行直接测量。因此,如何确定飞机在飞行过程中受到的分布动态载荷成为飞机结构设计人员亟待解决的一大难题。

结构系统的动态载荷识别技术,作为结构动力学研究的第二类逆问题^[1],是在已知结构系统的动力学特性的条件下,通过测量结构系统的动态响应来反推载荷输入的过程,为动态载荷确定方法提供了新的思路。载荷识别技术的研究从20世纪70年代开始^[2],经过近几十年的不断发展与完善,目前已经为解决复杂工程问题载荷预估的重要手段。文献[3]提出了基于广义正交多项式的复杂分布动态载荷识别技术,该方法采用切比雪夫正交多项式为基函数,通过获取有限个测点的位移响应识别基函数系数,从而得到以基函数叠加形式的分布载荷函数。该方法识别精度较高,具有很好的工程应用价值,但由于在结构共振频率附近位移频响函数矩阵的奇异性^[4-5],此种方法的识别精度受位移响应测量的准确度影响较大。

1988年,李德葆、夏苏等^[6]采用逻辑演绎的方法推导了结构应变频响函数矩阵。1989—1996年,李德葆、罗京等^[7-9]采用直接微分法和有限元方法对应变模态理论进行了推导和论证,并采用计算仿真和实测实验对应变模态理论进行了对比验证。随着

应变模态理论不断发展,其理论研究已趋于完善,应变模态方法被广泛应用于机械设备的故障诊断和结构损伤识别等领域,也有少部分用于动态载荷识别。

文中结合复杂结构分布动态载荷识别的正交多项式拟合法和应变模态理论,建立了基于应变模态方法的飞机蒙皮分布动态载荷识别模型。采用软件仿真的方法,对某型飞机蒙皮分布动态载荷进行了识别,并对载荷识别的数值稳定性进行了分析研究。

1 基本理论

1.1 蒙皮分布载荷识别模型的建立

对于受分布载荷 $F(x, y, \omega)$ 作用的矩形区域,其任一测点 i 的应变响应 $W_i^\varepsilon(\omega)$ 为:

$$W_i^\varepsilon(\omega) = \int_0^a \int_0^b H_i^\varepsilon(x, y, \omega) F(x, y, \omega) dy dx \quad (1)$$

式中: $H_i^\varepsilon(x, y, \omega)$ 为任意一激励点 (x, y) 对 i 点的应变频响函数。

对于 L 个测点的应变响应值为:

$$\begin{Bmatrix} W_1^\varepsilon(\omega) \\ W_2^\varepsilon(\omega) \\ \vdots \\ W_L^\varepsilon(\omega) \end{Bmatrix} = \int_0^a \int_0^b \begin{Bmatrix} H_1^\varepsilon(x, y, \omega) \\ H_2^\varepsilon(x, y, \omega) \\ \vdots \\ H_L^\varepsilon(x, y, \omega) \end{Bmatrix} F(x, y, \omega) dy dx \quad (2)$$

将 $F(x, y)$ 写成已知基函数 $T(x, y)$ 叠加的形式:

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^k a_i T_i(x, y) = \begin{bmatrix} T_1(x, y) & T_2(x, y) & \cdots & T_k(x, y) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_k \end{Bmatrix} \quad (3)$$

可得:

$$\begin{Bmatrix} W_1^\varepsilon(\omega) \\ W_2^\varepsilon(\omega) \\ \vdots \\ W_L^\varepsilon(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_0^a \int_0^b H_1^\varepsilon(x, y) T_1(x, y) dy dx & \int_0^a \int_0^b H_1^\varepsilon(x, y) T_2(x, y) dy dx & \cdots & \int_0^a \int_0^b H_1^\varepsilon(x, y) T_k(x, y) dy dx \\ \int_0^a \int_0^b H_2^\varepsilon(x, y) T_1(x, y) dy dx & \int_0^a \int_0^b H_2^\varepsilon(x, y) T_2(x, y) dy dx & \cdots & \int_0^a \int_0^b H_2^\varepsilon(x, y) T_k(x, y) dy dx \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^a \int_0^b H_L^\varepsilon(x, y) T_1(x, y) dy dx & \int_0^a \int_0^b H_L^\varepsilon(x, y) T_2(x, y) dy dx & \cdots & \int_0^a \int_0^b H_L^\varepsilon(x, y) T_k(x, y) dy dx \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_k \end{Bmatrix} \quad (4)$$

写成矩阵形式:

$$W^\varepsilon = T a \quad (5)$$

式中: W^ε 为每个测点应变响应组成的矢量,可由应变传感器直接测得; T 为应变传递函数和正交基

函数乘积的积分组成的矩阵，简称应变积分矩阵； \mathbf{a} 为待识别的系数组成的矢量。 \mathbf{T} 中应变频响函数可通过模态试验或仿真分析得到，其理论推导过程详见文献[10]。基函数为已知函数，因此系数向量 \mathbf{a} 是可识别的。

积分矩阵 \mathbf{T} 为 $L \times k$ 阶矩阵，当 $L=k$ 时， \mathbf{T} 为方阵，系数向量可直接求逆得到：

$$\mathbf{a} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{W}^\varepsilon \quad (6)$$

当 $L>k$ 时，系数向量通过广义逆求解：

$$\mathbf{a} = (\mathbf{T}^T\mathbf{T})^{-1}\mathbf{T}^T\mathbf{W}^\varepsilon \quad (7)$$

1.2 基函数的选取

文献[11]提出采用切比雪夫广义正交多项式为基函数，具有较好的拟合效果。在文中的载荷识别过程中，也选用正交多项式作为插值基函数，具体为：

$$T_{mn}(x, y) = T_m(x)T_n(y) \quad (8)$$

递推关系为：

$$T_1(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}, \quad T_2(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{2x}{a} - 1\right),$$

$$T_{m+1}(x) = 2\left(\frac{2x}{a} - 1\right)T_m(x) - T_{m-1}(x) \quad (9)$$

$$T_1(y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}, \quad T_2(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{2y}{b} - 1\right),$$

$$T_{n+1}(y) = 2\left(\frac{2y}{b} - 1\right)T_n(y) - T_{n-1}(y) \quad (10)$$

2 有限元仿真计算

2.1 模型简介

以某型飞机机身中段壁板为例，利用 Patran 软件

建立机身中段壁板有限元模型。模型以壁板一角点为坐标原点，顺航向为 x 轴，垂直向上为 y 轴，长 $l=2\text{ m}$ ，高 $h=1.2\text{ m}$ ，曲率半径为 2 m ，蒙皮厚度 2 mm ，壁板四周简支约束，在壁板蒙皮内侧选取 16 个响应测点。壁板有限元模型及测点布置如图 1 所示。

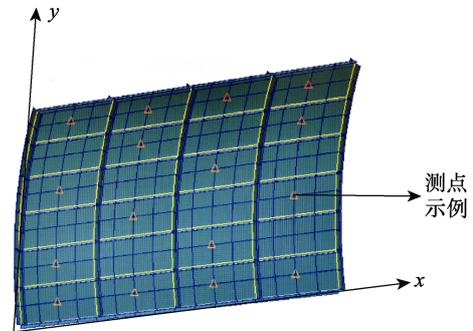


图 1 某型机外侧壁有限元模型及测点布置
Fig.1 FEM model and measuring point layout of aircraft skin

2.2 载荷识别

在计算模型蒙皮外侧，施加幅值为 $P(x,y)=1000-200(x-1)^2-300(y-0.6)^2$ ，相位为 0° 的简谐分布载荷，如图 2 所示。以有限元软件 Nastran 计算的频率响应结果作为测点的响应，取 3×3 阶正交多项式，分别用应变和位移方法识别其 70、80、90、100 Hz 下的载荷幅值，识别多项式系数见表 1、表 2，各频率下的识别误差见表 3。由表 3 可知，采用应变模态方法的某型飞机蒙皮分布载荷识别最大误差为 8.9%，采用位移方法的载荷识别最大误差为 8.14%，二者识别误差均小于 10%，且最大误差均发生在蒙皮边界附近，满足工程应用要求。识别分布载荷及误差(仅以 70 Hz 为例)如图 3、图 4 所示。

表 1 应变载荷识别多项式系数

Tab.1 Polynomial coefficients of strain load identification method

频率/Hz	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{31}	a_{32}	a_{33}
70	2867.9	3.6	-91.9	0.7	-0.1	-0.1	-133.3	-2.6	0.8
80	2874.8	0.3	-88.4	0.9	-2.1	1.6	-144.5	-14.1	8
90	2864.8	2.3	-89.4	0.4	-1.1	2.6	-138.5	-10.1	7.8
100	2858.4	4.8	-87.4	0.6	-3.3	2.1	-139.5	-19.1	11.6

表 2 位移载荷识别多项式系数

Tab.2 Polynomial coefficients of displacement load identification method

频率/Hz	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{31}	a_{32}	a_{33}
70	2917.9	-1	-81.9	-11.6	1.3	-0.1	-172.6	9.7	-3.8
80	2889.8	2.7	-86.7	-0.4	-2.1	0.1	-155.7	6.2	-2.4
90	2918.6	-2.6	-80.4	-12.6	-0.3	0.6	-169.2	3.1	-1.7
100	2996.1	10.3	-65.4	13.5	-4.2	1.1	-192.5	0.2	-5.7

表3 各频率下载荷识别最大误差
Tab.3 The maximum error of load identification at each frequency

频率/Hz	70	80	90	100
应变识别误差/%	3.3	8.2	7.1	8.9
位移识别误差/%	6.4	3.85	2.44	8.14

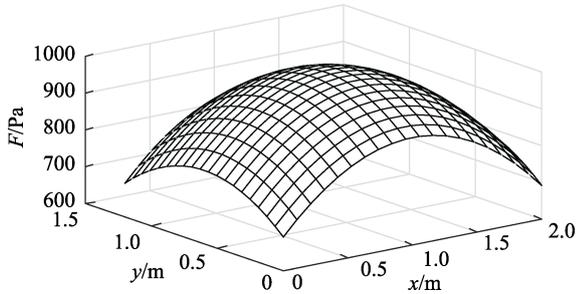
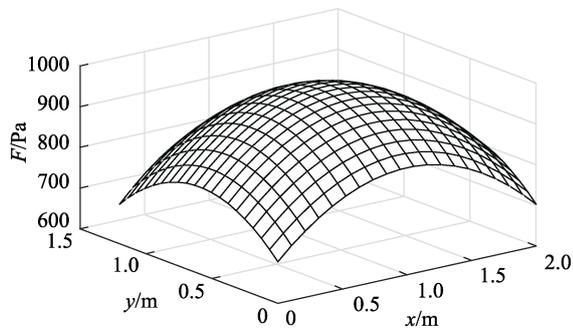
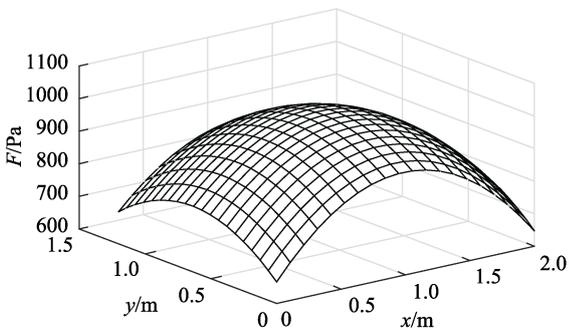


图2 实际施加分布载荷
Fig.2 Actual applied distributed load



a 应变模态方法



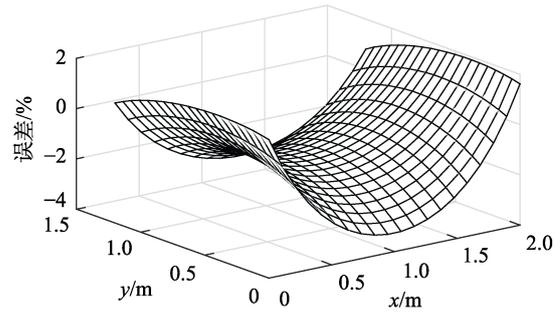
b 位移模态方法

图3 70 Hz 载荷识别结果

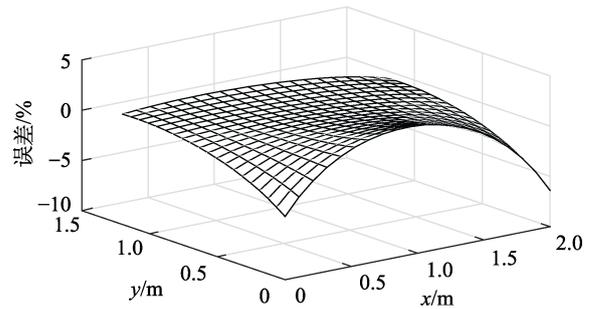
Fig.3 Load identification results at 70 Hz:
a) strain mode method; b) displacement mode method

3 数值稳定性分析

根据应变模态理论,结构应变频响函数可通过位移频响函数的微分运算进行推导,结构应变响应与位移响应之间也存在微分运算关系。因此在上述应变模态方法载荷识别过程中,式(5)为采用位移模态方法的微分函数方程组。微分运算后,矩阵 T 的条件数发生变化,从而影响载荷识别的数值稳定性。为分析载荷识别的数值稳定性,分别求式(7)中采用应变



a 应变模态方法



b 位移模态方法

图4 70 Hz 载荷识别误差

Fig.4 Load identification error at 70 Hz:
a) strain mode method; b) displacement mode method

模态方法和位移模态方法的积分矩阵 ($T^T T$) 的二范数条件数,计算结果见表4。

表4 各频率下载荷识别积分矩阵条件数 (10^5)
Tab.4 The condition number of integral matrix at each frequency (10^5)

频率/Hz	70	80	90	100
应变识别	8.31	8.40	8.57	9.65
位移识别	11.3	11.5	11.6	14.9

由表4可知,各频率下,利用应变模态方法进行载荷识别的积分矩阵条件数小于位移方法,表明采用应变模态方法的载荷识别数值稳定性好于位移模态方法。为验证应变模态方法和位移模态方法载荷识别的数值稳定性差异,将仿真算例中100 Hz下的应变响应数据和位移响应数据增加3%的随机干扰,进行载荷识别。应变模态方法和位移模态方法载荷识别的最大相对误差分别为9.8%、19.4%。由计算结果可知,加入随机干扰后,采用位移方法的载荷识别误差较大,无法满足工程应用,而采用应变模态方法的载荷识别仍具有较好的识别精度,表明采用应变模态方法的分布载荷识别方法具有更好的抗干扰能力。

4 结论

对基于应变模态方法的动态分布载荷识别理论

进行了研究, 通过有限元仿真手段, 分别采用应变和位移模态方法对某型机蒙皮所受分布动载荷进行了识别。结果表明, 基于应变模态方法的飞机蒙皮分布动载荷识别方法具有较好的识别精度, 满足工程应用。对各个频率下积分矩阵的条件数的计算表明, 采用应变响应进行载荷识别的方法比传统意义上的采用位移响应进行载荷识别的方法具有更好的数值稳定性。同时, 飞机蒙皮应变响应数据可通过在机身蒙皮内侧布置应变片进行直接测量, 受环境工况的限制较小, 具有很好的应用价值。

参考文献:

- [1] 傅志方, 华宏星. 模态分析理论与应用[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2000.
FU Zhi-fang, HUA Hong-xing. Theory and Application of Modal Analysis[M]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 2000.
- [2] BALRETT J F D, FLANNELLY W G. Model Verification of Force Determination for Measuring Vibration Loads[J]. Journal of the American Helicopter Society, 1979, 19(4): 10-18.
- [3] 张方, 秦远田, 邓吉宏. 复杂分布动载荷识别技术研究[J]. 振动工程学报, 2006, 19(1): 81-85.
ZHANG Fang, QIN Yuan-tian, DENG Ji-hong. Research on Identification of Complex Distribution Dynamic Load[J]. Journal of Vibration Engineering, 2006, 19(1): 81-85.
- [4] STARKEY J M. On the Ill-conditioned Nature of Indirect Force Measurement Techniques[J]. International Journal of Analytic and Experimental Modal Analysis, 1989, 4(3): 103-108.
- [5] 刘恒春, 朱德懋, 孙久厚. 振动载荷识别的奇异值分解方法[J]. 振动工程学报, 1990, 3(1): 24-33.
LIU Heng-chun, ZHU De-mao, SUN Jiu-hou. Singular Value Decomposition Method for Vibration Load Identification[J]. Journal of Vibration Engineering, 1990, 3(1): 24-33.
- [6] LI De-bao, XIA Su, et al. On the Theory of Vibration Strain Mode Analysis and Its Experimental Approach[C]// Proc of Inter Conf on Machine Dynamics and Engineering Applications. Xi'an, 1988.
- [7] LI D B, ZHU-GE H C, WANG B. The Principle and Techniques of Experimental Strain Modal Analysis[C]// Proc of 7th IMAC. Las Vegas, 1989.
- [8] LI De-bao. On the Dynamic Strain/Stress Modal Analysis of Structures[C]// Proc of 7th Inter Congress on Experimental Mechanics, Las Vegas, 1992.
- [9] 李德葆. 实验应变/应力模态分析进展评述[J]. 振动与冲击, 1996, 15(1): 13-17.
LI De-bao. Review of Experimental Strain/Stress Modal Analysis[J]. Journal of Vibration and Shock, 1996, 15(1): 13-17.
- [10] 李德葆. 结构动力分析的应变模态法[J]. 机械强度, 1990, 12(3): 56-61.
LI De-bao. Strain Modal Method for Structural Dynamic Analysis[J]. Mechanical Strength, 1990, 12(3): 56-61.
- [11] 耿苗. 连续分布动载荷识别的频域方法[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2006.
GENG Miao. Frequency Domain Method for Identification of Continuously Distributed Dynamic Loads[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2006.