

威布尔分布场景下环境数据折算融合方法

李昊, 徐如远, 朱耀, 张生鹏, 荣双龙, 黄硕, 祝文羲

(航天科工防御技术研究试验中心, 北京 100854)

摘要: **目的** 对威布尔分布场景下不同环境数据进行折合与融合, 实现产品寿命可综合评价。**方法** 基于Nelson假设, 构建威布尔分布场景下不同环境试验数据折合一般关系式, 并采用最优线性无偏估计法对不同环境下的分布参数进行评估, 并利用 Γ 函数最优线性无偏估计方法适用范围进行扩充, 最终基于平均秩次法与扩充后的最优线性无偏估计法对折合与融合后的环境数据进行综合评价。以某产品在不同环境下定时截尾试验数据为例, 并采用 Gehan-Wilcoxon 检验方法对数据折算效果进行量化对比。**结果** 案例数据的结果显示, 按照传统方法, 仅采用威布尔分布尺度参数比值作为折合系数得到的折算数据与目标环境原始数据间的 Gehan-Wilcoxon 检验统计量 $|Z|$ 为 0.880 3, 而本文所提方法得到的折算数据与目标环境原始数据间的 Gehan-Wilcoxon 检验统计量 $|Z|$ 为 0.344 5, 表明后者得到的折算数据与目标环境原始数据的相似程度更高, 说明本文所提方法的折合效果更好。**结论** 小样本场景下不同环境试验数据的形状参数估计结果会存在一定差异, 采用数据折合关系的一般形式一定程度上能降低小样本场景对数据折算效果的影响。

关键词: 环境数据折合; 威布尔分布; 寿命评估; 最优线性无偏估计; Gehan-Wilcoxon 检验; 平均秩次法

中图分类号: TB114.3

文献标志码: A

文章编号: 1672-9242(2025)05-0042-08

DOI: 10.7643/issn.1672-9242.2025.05.007

Environmental Data Conversion and Fusion Method under the Weibull Distribution Scenario

LI Hao, XU Ruyuan, ZHU Yao, ZHANG Shengpeng, RONG Shuanglong, HUANG Shuo, ZHU Wenxi

(Aerospace Science & Industry Corp Defense Technology R&T Center, Beijing 100854, China)

ABSTRACT: The work aims to achieve the comprehensive evaluation of product life in a Weibull distribution scenario through conversion and fusion of different environmental data. Based on the Nelson assumption, a general formula for the conversion of different environmental test data under a Weibull distribution scenario was constructed. The optimal linear unbiased estimation method was used to evaluate the distribution parameters under different environments. The applicability of the optimal linear unbiased estimation method was expanded by the Γ function. Ultimately, the comprehensive evaluation of the converted and fused environmental data was performed with the mean rank method and the expanded optimal linear unbiased estimation method. Finally, with the time-censored test data of a product under different environments as an example, the Gehan-Wilcoxon test method was used to quantitatively compare the data conversion effect. The results of the case data showed that according to

收稿日期: 2025-03-28; 修订日期: 2025-05-17

Received: 2025-03-28; Revised: 2025-05-17

基金项目: 技术基础科研项目 (JSZL2021601B001)

Fund: Technical Basic Scientific Research Project (JSZL2021601B001)

引文格式: 李昊, 徐如远, 朱耀, 等. 威布尔分布场景下环境数据折算融合方法[J]. 装备环境工程, 2025, 22(5): 42-49.

LI Hao, XU Ruyuan, ZHU Yao, et al. Environmental Data Conversion and Fusion Method under the Weibull Distribution Scenario[J]. Equipment Environmental Engineering, 2025, 22(5): 42-49.

the traditional method, the Gehan-Wilcoxon test statistic $|Z|$ between the converted data obtained with only the ratio of the Weibull distribution scale parameters as the conversion coefficient and the original data of the target environment was 0.880 3. In contrast, the Gehan-Wilcoxon test statistic $|Z|$ between the converted data obtained with the method proposed in this work and the original data of the target environment was 0.344 5, indicating that the converted data obtained by the latter was more similar to the original data of the target environment, demonstrating that the conversion effect of the method proposed in this work was better. Under small sample scenarios, there will be certain differences in the estimation results of the shape parameters of different environmental test data. Using the general form of the data conversion relationship can reduce the impact of small sample scenarios on the data conversion effect to a certain extent.

KEY WORDS: environmental data conversion; Weibull distribution; life evaluation; optimal linear unbiased estimation; Gehan-Wilcoxon test; average rank method

当前产品向着高可靠、长寿命不断发展,同时对缩短研制周期、降低试验成本提出了更高要求,导致有必要充分利用产品在研制过程中的各类试验数据,对产品的可靠性进行综合评估。为此,研究人员提出采用环境数据折合的方法,将一种环境下的寿命试验数据折算成另一种环境下的寿命折算数据^[1],以实现评估信息的融合扩充,使得评估结果更可信。开展数据折算方法的研究,实现将不同环境试验数据用于产品可靠性综合评价,能够有效解决产品在单一环境下数据量小导致的评估结果不托底,多环境下数据分散引起的数据利用不充分的问题,是适应当前型号产品研制周期逐步缩短、评估结果要求不断提高这一新形势的一项重要研究工作。

针对不同的产品寿命分布场景,当前研究人员已经开展了大量工作,并推导了常见寿命分布的折合系数的计算公式。潘文庚^[2]以及王金柱等^[3]以弹药产品为对象,讨论了二项分布场景下不同环境数据的折合方法。在实际工程中,不同环境严酷程度也可作为确定环境折合系数的依据^[4-6]。对于连续型寿命分布,长久以来环境折合系数被定义为不同环境下表征寿命的随机变量的比值^[7-9]或平均寿命的比值^[10-11]。后来,王炳兴^[1]指出,引入 Nelson 假设^[12]用于环境折合系数的计算,并得到了广泛的应用。Nelson 假设认为,若不同环境下的产品累计失效概率相同,则表明产品的累积损伤也是相同的,由此可通过联立不同环境下的寿命分布函数等式求解出相应环境折合系数。基于该假设,许多常用分布的环境折合系数也均被相关学者讨论研究过,诸如单参数的指数分布^[13-15]、两参数指数分布^[16-17]、两参数威布尔分布^[16]、三参数的威布尔分布^[18-20]、对数正态分布^[1,21]以及 Pareto 分布^[16]等。其中,威布尔分布因其能够描述或近似描述局部失效引起全局失效产品的寿命分布特征,而在可靠性工程领域被广泛应用^[19,22]。

然而现有针对威布尔分布开展的环境数据折合研究存在不足主要是,小样本问题在估计不同环境下分布参数时同样存在,并可能影响折算系数确定。现有方法中不同环境下的数据是根据环境折合系数(也

称环境因子)按比例进行折算的,而折算系数是由不同环境下的分布参数估计结果确定的。在威布尔分布场景下,通常只有尺度参数 η 用于计算环境因子,而形状参数 m 则在机理一致的约束下被视作相等。需指出的是,单一环境下小样本问题仍然存在,导致各环境下的分布参数估计结果也会存在误差,前述形状参数 m 相等的前提可能难以保证。另外,尺度参数与形状参数的估计往往会相互影响,因此在分别估计不同环境数据的分布参数情况下,仅使用其中一种参数可能会造成信息利用不充分的问题。

为此,可以考虑 2 种方法处理上述不足,一是在经过机理分析后能够确认不同环境下产品的失效机理一致后,选用适用于小样本场景的参数估计方法对不同环境数据的威布尔分布参数进行估计,并将形状参数 m 的估计结果也用于折算关系的构建,以尽可能减少信息的丢失;二是将不同环境数据混合进行估计(比如联合构建似然函数),并在参数估计过程约束形状参数相等,由此尽可能减少小样本场景的影响。本文以第一种思路开展威布尔分布场景下不同环境数据的折合与融合方法研究。由于最优线性无偏估计法是一种在小样本场景下(一般样本量 ≤ 25)计算比较方便、计算精度较高的参数估计方法^[23],因此采用最优线性无偏估计法估计不同环境的寿命分布后,再开展相应折合公式的构建。其次,为解决融合后数据的随机截尾特征,本文提出采用 L 函数对融合后数据的最优线性无偏估计方法进行扩充,以实现融合后数据的参数估计。

1 环境数据折算与融合方法

1.1 威布尔分布环境数据折算方法

当产品寿命服从威布尔分布时,假设其在不同环境下的分布参数分别为 $W_{BL}(m_1, \eta_1)$ 与 $W_{BL}(m_2, \eta_2)$, 其中 m 与 η 分别表示威布尔分布的形状参数与尺度参数。根据 Nelson 假设^[12], 2 种不同环境下的环境折合系数 K 可由式(1)推导:

$$R(K_{21}(t) | m_1, \eta_1) = R(t | m_2, \eta_2) \quad (1)$$

$$R(t | m, \eta) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^m}$$

式中: $K_{21}(t)$ 为环境 2 数据向环境 1 折算的函数; $R(t | m, \eta)$ 是形状参数为 m 、尺度参数为 η 的威布尔分布的可靠度函数。环境 2 下试验数据 t_2 向环境 1 折算后得到的数据 t_1' 可表示为:

$$\exp\left[-\left(\frac{K_{21}(t_2)}{\eta_1}\right)^{m_1}\right] = \exp\left[-\left(\frac{t_2}{\eta_2}\right)^{m_2}\right] \Rightarrow t_1' = K_{21}(t_2) = \eta_1 \left(\frac{t_2}{\eta_2}\right)^{\frac{m_2}{m_1}} \quad (2)$$

式(2)为威布尔分布场景下不同环境数据折合关系的一般模型。在工程应用中,通常根据机理不变假设,认为不同环境下的形状参数 $m_1=m_2$ 。此时不同环境下的数据满足式(3)所示折合关系,并将该方法称为基于比例系数的环境数据折合方法。

$$t_1' = K_{21}t_2 = \left(\frac{\eta_1}{\eta_2}\right)t_2 \quad (3)$$

然而在实践中,不同环境下形状参数 $m_1=m_2$ 的假设往往较难保证,为此本文采用式(2)所示的一般模型用于不同环境下试验数据的折合与融合,并在后文中对式(2)与式(3)2种折算方法进行比较对比。

1.2 威布尔分布参数估计与数据折算融合方法

不同环境数据间的折合关系由其分布参数直接确定,因此首先需要对不同环境的试验数据分别估计其分布参数。本文采用最优线性无偏估计法对威布尔分布的尺度参数 η 与形状参数 m 进行估计。假设现已收集某环境下载尾试验数据 $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_r$, $r \leq n$, 其中 n 为投入试验的总样本数量, r 为试验截止时发生失效的样本数量, t_i ($i=1, 2, \dots, r$) 为失效时间。首先通过如下变换,将服从威布尔分布的参数转化为服从标准极值分布的形式:

$$\begin{cases} z_i = \frac{x_i - \ln \eta}{1/m} = \frac{x_i - \mu}{\sigma} \\ x_i = \ln t_i \end{cases} \quad (4)$$

即有:

$$\begin{cases} F_z(z) = 1 - e^{-e^z} \\ f_z(z) = e^{z-e^z} \end{cases} \quad (5)$$

式中: $f_z(\cdot)$ 与 $F_z(\cdot)$ 分别为标准极值分布的分布函数与概率密度函数。

根据上述分布,可直接给出容量为 n 的样本的前

r 个顺序统计量,由此得到第 i ($i=1, 2, \dots, r$) 个顺序统计量 z_i 的概率密度函数为:

$$f_{Z(i)}(z) = n C_{n-1}^{i-1} [F_z(z)]^{i-1} [1 - F_z(z)]^{n-i} f_z(z) = n C_{n-1}^{i-1} [1 - e^{-e^z}]^{i-1} [e^{-e^z}]^{n-i+1} e^z \quad (6)$$

由线性关系 $x_i = \sigma z_i + \mu$, 可得 $E(X_i) = E(\sigma z_i + \mu) = \sigma E(z_i) + \mu$, 考虑到不同 z_i 的方差不同,则利用加权最小二乘拟合数据 $(z_{(n,r,i)}, x_i)$, 得到中间参数 σ 与 μ 的最优线性无偏估计结果。其中, $z_{(n,i)}$ 为容量为 n 的样本中第 i 个顺序统计量 z_i 的期望,可通过式(7)计算。

$$z_{(n,i)} = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{Z(i)}(z) z dz = \int_{-\infty}^{+\infty} n C_{n-1}^{i-1} [1 - e^{-e^z}]^{i-1} [e^{-e^z}]^{n-i+1} e^z z dz \quad (7)$$

则中间参数 σ 与 μ 最优线性无偏估计结果为:

$$\begin{cases} \hat{\sigma} = \sum_{i=1}^r C(n, r, i) x_i \\ \hat{\mu} = \sum_{i=1}^r D(n, r, i) x_i \end{cases} \quad (8)$$

式(8)中系数 $D(n, r, i)$ 与 $C(n, r, i)$ 为最优线性无偏估计系数,有:

$$\begin{cases} C(n, r, i) = \sum_{j=1}^r (l_{r,n} v^{ij} z_{(n,i)} + B_{r,n} v^{ij}) \\ D(n, r, i) = \sum_{j=1}^r (A_{r,n} v^{ij} + B_{r,n} v^{ij} z_{(n,i)}) \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} A_{r,n} = \frac{1}{\Delta} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r v^{ij} z_{(n,i)} z_{(n,j)} \\ B_{r,n} = -\frac{1}{\Delta} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r v^{ij} z_{(n,i)} \\ l_{r,n} = \frac{1}{\Delta} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r v^{ij} \\ \Delta = \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r v^{ij} \right) \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r v^{ij} z_{(n,i)} z_{(n,j)} \right) - \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r v^{ij} z_{(n,i)} \right)^2 \end{cases} \quad (10)$$

式中: v^{ij} 为 z_i 和 z_j 协方差矩阵 $\mathbf{V}_{ij}$ 的逆矩阵 $\mathbf{V}_{ij}^{-1}$ 中第 i 行第 j 列元素。若记协方差矩阵 $\mathbf{V}_{ij}$ 中第 i 行第 j 列元素为 v_{ij} , 则其可按式(11)计算:

$$v_{ij} = \begin{cases} E(z_i z_j) - z_{(n,i)} z_{(n,i)} & i < j \\ D(z_i) & i = j \\ v_{ji} & i > j \end{cases} \quad (11)$$

式中: $D(z_i)$ 为第 i 个顺序统计量 z_i 的方差。期望 $E(z_i z_j)$ 可基于顺序统计量 z_i 和 z_j 的联合分 $f_{z(i), z(j)}(z_i, z_j)$ 计算,有:

$$f_{z(i), z(j)}(z_i, z_j) = \frac{n! [F_z(z_i)]^{i-1} \cdot [F_z(z_j) - F_z(z_i)]^{j-i-1} \cdot [1 - F_z(z_j)]^{n-j} \cdot f_z(z_i) \cdot f_z(z_j)}{(i-1)!(j-i-1)!(n-j)!} \quad (12)$$

由此, 可得到尺度参数 η 与形状参数 m 的估计结果:

$$\begin{cases} \hat{\eta} = e^{\hat{\mu}} \\ \hat{m} = \frac{g_{r,n}}{\hat{\sigma}} \end{cases} \quad (13)$$

式中: $g_{r,n}$ 为形状参数 m 的修偏系数, 有 $g_{r,n} = 1 - l_{r,n}$ 。

利用式 (13) 可计算得到不同环境下试验数据的分布参数, 再分别利用式 (2) 或式 (3) 即可实现数据的折算与融合。具体而言, 当不同环境数据满足式 (3) 所示折算关系时, 不同环境下产品所服从威布尔分布的形状参数 m 相同, 因此计算不同环境间的环境折合系数时仅需考虑尺度参数 η 间的关系, 故仅需利用中间变量 μ 即可实现环境折合系数的计算。假设现已收集得到环境 1 下产品截尾数据 $t_{1,1} \leq t_{1,2} \leq \dots \leq t_{1,r_1}$, $r_1 \leq n_1$, 及环境 2 下产品的截尾数据 $t_{2,1} \leq t_{2,2} \leq \dots \leq t_{2,r_2}$, $r_2 \leq n_2$, 则根据式 (3) 与式 (8), 可以得到威布尔分布场景下环境 2 向环境 1 折算的环境折合系数 K_{21} 为:

$$K_{21} = \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{e^{\hat{\mu}_1}}{e^{\hat{\mu}_2}} = \exp \left[\sum_{i=1}^{r_1} D(n_1, r_1, i) \ln t_{1,i} - \sum_{i=1}^{r_2} D(n_2, r_2, i) \ln t_{2,i} \right] \quad (14)$$

根据环境折合系数 K_{21} 计算结果, 利用式 (3) 可将环境 2 下的试验数据折算到环境 1, 则环境 2 下产品的截尾数据 $t_{2,1} \leq t_{2,2} \leq \dots \leq t_{2,r_2} \leq t_{02}$, $r_2 \leq n_2$ 。对于定数截尾有 $t_{2,r_2} = t_{02}$, 对于定时截尾有 $t_{2,r_2} < t_{02}$, 折算后可表示为 $t_{1,1}' \leq t_{1,2}' \leq \dots \leq t_{1,r_2}' \leq t_{01}'$, $r_2 \leq n_2$, 其中 $t_{01}' = K_{21} \cdot t_{02}$, 并有 $t_{i,2}' = K_{21} \cdot t_{i,2}$, $i = 1, 2, \dots, r_2$ 。

若是选择式 (2) 所示折算函数的一般形式对不同环境下的数据进行折算融合, 则根据式 (2) 与式 (8) 可以给出不同环境下试验数据的折算公式:

$$t_1' = K_{21}(t_2) = \hat{\eta}_1 \left(\frac{t_2}{\hat{\eta}_2} \right)^{\frac{\hat{m}_2}{\hat{\eta}_2}} = e^{\hat{\mu}_1} \left(\frac{t_2}{e^{\hat{\mu}_2}} \right)^{\frac{g_{r_2,n_2} \hat{\sigma}_1}{g_{r_1,n_1} \hat{\sigma}_2}} \quad (15)$$

1.3 融合数据的分布参数最优线性无偏估计

假设环境 2 下产品的截尾数据折算后可表示为 $t_{1,1}' \leq t_{1,2}' \leq \dots \leq t_{1,r_2}' \leq t_{01}'$, $r_2 \leq n_2$, 则考虑环境 1 与折

算后环境 2 的试验数据后可能会有:

$$t_{1,r_2}' \leq t_{01}' < t_{1,r_1} \leq t_{01} \quad \text{或} \quad t_{1,r_1} \leq t_{01} < t_{1,r_2}' \leq t_{01}' \quad (16)$$

此时融合后的数据表现为随机截尾的特征, 考虑到随机截尾数据的特点, 若只考虑失效数据, 对其进行排序得到顺序统计量便不再适合, 还需综合考虑删失数据, 以得到失效数据真正次序。为此, 本文采用平均秩次法获取失效数据的秩次。

对于一组随机截尾数据, 通常可利用式 (17) 计算其平均秩的增量及相应的平均秩次^[22]:

$$\begin{cases} \Delta A_k = \frac{n+1-A_{k-1}}{n-i+2} \\ A_k = A_{k-1} + \Delta A_k = \frac{n+1-A_{k-1}}{n-i+2} \end{cases} \quad (17)$$

式中: A_k 是指失效样品的平均秩次, 下标 k 表示失效样品的顺序号, i 是指所有产品的排列序号, 按失效时间和删除时间的大小排列, 并有 $A_0 = 0$ 。

在得到各失效时间的平均秩次 A_k 后, 再利用式 (7) ~ (13) 即可完成对融合后的数据的参数估计。由于平均秩次 A_k 可能为小数, 因此需采用 Γ 函数对阶乘即 C_n^i 运算范围进行扩充:

$$C_n^i = \frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(i+1)\Gamma(n-i+1)} \quad (18)$$

至此, 将式 (18) 引入式 (7), 并采用 $\Gamma(x+1)$ 替换式 (12) 中阶乘运算 $x!$ 后, 便可计算得到的平均秩次对应的统计量 z_i 的期望及相应的协方差矩阵 V_{ij} , 并完成分布参数的估计与折算关系参数的计算。

1.4 实例计算

某型滤波器分别在不同高温加速应力 (100、115 °C) 下进行定时截尾试验, 其中在 100 °C (环境 1) 投放 10 个样品, 试验截尾时间为 2.4 a; 在 115 °C (环境 2) 下投放 10 个样品, 试验截尾时间为 1.5 a, 其试验数据见表 1。利用前述威布尔分布参数最优线性无偏估计方法可以分别得到不同环境下的尺度参数 η_1 和 η_2 , 进而得到环境 2 向环境 1 之间环境折合系数计算结果, 估计结果见表 2 和表 3。

表 1 环境 1 与环境 2 下试验数据

Tab.1 Experimental data under Environment 1 and Environment 2

样品序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
环境 1	1.92	2.05	2.16	2.23	2.28	2.32	2.33	(2.40)	(2.40)	(2.40)
环境 2	1.17	1.20	1.21	1.27	1.27	1.30	1.38	1.49	(1.50)	(1.50)

注: “(·)”表示该数据为截尾数据。

表2 环境1与环境2环境试验数据最优线性无偏估计系数计算结果

Tab.2 Calculation results of the BLUE coefficients for environmental test data under Environment 1 and Environment 2

序号	环境 1		环境 2	
	$D(n,r,i)$	$C(n,r,i)$	$D(n,r,i)$	$C(n,r,i)$
1	-0.026 08	-0.140 6	0.000 631 7	-0.115 3
2	-0.010 88	-0.143 7	0.014 32	-0.119 8
3	0.009 521	-0.134	0.030 46	-0.114 2
4	0.034 84	-0.114 3	0.049 26	-0.100 6
5	0.065 84	-0.083 8	0.071 37	-0.078 5
6	0.104 1	-0.040 19	0.097 9	-0.046 03
7	0.822 7	0.656 5	0.130 7	0.000 884 4
8	/	/	0.605 4	0.573 5

表3 环境1与环境2环境折合系数评估结果

Tab.3 Evaluation results of the environmental conversion coefficients between Environment 1 and Environment 2

参数	环境 1	环境 2
μ	0.848 2	0.3465
σ	0.062 76	0.112 4
$g_{r,n}$	0.867 9	0.892 5
η	2.335 4	1.414 2
m	13.829 3	7.940 8
K_{21}	1.651 4	
K_{12}	0.605 5	
$K_{21}(t)$	$t_1' = 1.914 0 \times t_2^{0.574 2}$	
$K_{12}(t)$	$t_2' = 0.322 8 \times t_1^{1.741 5}$	

根据环境折合系数计算结果,可分别采用基于比例系数的环境折合系数与一般形式的环境折合函数将环境2下的试验数据向环境1进行折算,以扩充环境1下的试验数据。扩充后的环境1数据集及参数估计结果分别见表4和表5。

2 结果及分析

从表4和表5的计算结果中可以看出,基于比例系数与一般模型的2种折合策略之间存在一定差异,而为对结果进行比较,本文采用 Gehan-Wilcoxon 检验方法对不同折算策略的折算效果进行定量评价。

2.1 Gehan-Wilcoxon 检验方法

Gehan-Wilcoxon 检验方法可检验2组截尾数据是否来自同一总体^[25]。假设现有2组截尾数据 (x_{1i}, δ_{1i}) 与 (x_{2j}, δ_{2j}) , $i=1, 2, \dots, n_1$, $j=1, 2, \dots, n_2$, 其中 x_{ij} 是失效/截尾数据, δ 为数据标志。当数据 x_{ij} 为失效数据时,则对应 δ_{ij} 取值为1;当数据 x_{ij} 为截尾数据时,则对应 δ_{ij} 取值为0。要判断数据 (x_{1i}, δ_{1i}) 与 (x_{2j}, δ_{2j}) 是否来自同一总体, Gehan-Wilcoxon 检验方法给出如下

零假设 H_0 与备择假设 H_1 、 H_2 、 H_3 。

H_0 : 对于所有的 $t \geq 0$, 有 $R_1(t)$ 恒等于 $R_2(t)$;

H_1 : 存在 $t > 0$, 使得 $R_1(t) > R_2(t)$;

H_2 : 存在 $t > 0$, 使得 $R_1(t) < R_2(t)$;

H_3 : 存在 $t > 0$, 使得 $R_1(t) \neq R_2(t)$;

其中, $R_1(t)$ 表示数据 (x_{1i}, δ_{1i}) 所在总体的可靠度函数; $R_2(t)$ 表示数据 (x_{2j}, δ_{2j}) 所在总体的可靠度函数。

接着,统计2组数据中各个数据的大小情况 $u(x_{ij})$,其表示由2组数据组合得到的数据集 (x_{ij}, δ_{ij}) , $i=1, 2; j=1, 2, \dots, n_i$ 中,除了当前讨论的 x_{ij} 外,剩余数据中肯定大于 x_{ij} 的数据的个数减去肯定小于 x_{ij} 的数据的个数。表6给出了2组待检验数据的参数 $u(x_{ij})$ 计算示例。

利用 $u(x_{ij})$ 统计结果, Gehan-Wilcoxon 检验方法给出统计量 Z ,其按式(19)计算。

$$Z = \frac{W_G}{\sqrt{V}} \quad (19)$$

表4 扩充后环境1数据集及参数估计结果
(基于比例系数)

Tab.4 Dataset and parameter estimation results under Environment 1 after expansion (based on the scaling factor)

序号	扩充后数据	平均秩次	$C(n,r,i)$	$D(n,r,i)$	$g_{r,n}$
1	1.92	1	-0.053 76	0.000 469 7	0.948 9
2	1.93*	2	-0.056 65	0.003 728	
3	1.98*	3	-0.057 52	0.007 251	
4	2.00*	4	-0.057 11	0.011 02	
5	2.05	5	-0.055 65	0.015 06	
6	2.10*	6	-0.053 23	0.019 38	
7	2.10*	7	-0.049 86	0.024 02	
8	2.15*	8	-0.045 51	0.029 03	
9	2.16	9	-0.040 08	0.034 46	
10	2.23	10	-0.033 49	0.040 38	
11	2.28*	11	-0.025 48	0.046 88	
12	2.28	12	-0.015 88	0.054 07	
13	2.32	13	-0.004 293	0.062 12	
14	2.33	14	0.019 48	0.102 1	
15	(2.40)	/	/	/	
16	(2.40)	/	/	/	
17	(2.40)	/	/	/	
18	2.46*	15.75	0.529 0	0.550 0	
19	(2.48*)	/	/	/	
20	(2.48*)	/	/	/	

$$\hat{\eta} = e^{\hat{\mu}} = \exp \left[\sum_{i=1}^r D(n,r,i) x_i \right] \quad 2.534 9$$

$$\hat{m} = g_{r,n} / \hat{\sigma} = g_{r,n} / \left[\sum_{i=1}^r C(n,r,i) x_i \right] \quad 9.980 5$$

注:“(·)”表示该数据为截尾数据,“*”表示该数据为环境2向环境1折算得到的数据。

表 5 扩充后环境 1 数据集及参数估计结果
(基于一般模型)

Tab.5 Dataset and parameter estimation results under Environment 1 after expansion (based on the general model)				
序号	扩充后数据	平均秩次	$C(n,r,i)$	$D(n,r,i)$
1	1.92	1	-0.053 76	0.000 469 7
2	2.05	2	-0.056 65	0.003 728
3	2.09*	3	-0.057 52	0.007 251
4	2.13*	4	-0.057 11	0.011 02
5	2.14*	5	-0.055 65	0.015 06
6	2.16	6	-0.053 23	0.019 38
7	2.20*	7	-0.049 86	0.024 02
8	2.20*	8	-0.045 51	0.029 03
9	2.23*	9	-0.040 08	0.034 46
10	2.23	10	-0.033 49	0.040 38
11	2.28	11	-0.025 48	0.046 88
12	2.30*	12	-0.015 88	0.054 07
13	2.32	13	-0.004 293	0.062 12
14	2.33	14	0.019 48	0.102 1
15	(2.40)	/	/	/
16	(2.40)	/	/	/
17	(2.40)	/	/	/
18	2.41*	15.75	0.529 0	0.550 0
19	(2.42*)	/	/	/
20	(2.42*)	/	/	/
$\hat{\eta} = e^{\hat{\mu}} = \exp \left[\sum_{i=1}^r D(n,r,i) x_i \right]$				2.339 8
$\hat{m} = g_{r,n} / \hat{\sigma} = g_{r,n} / \left[\sum_{i=1}^r C(n,r,i) x_i \right]$				14.655 2

注：“(·)”表示该数据为截尾数据，“*”表示该数据为环境 2 向环境 1 折算得到的数据。

表 6 Gehan-Wilcoxon 检验方法计算示例

Tab.6 Calculation example of Gehan-Wilcoxon test method										
数据集 i	$i=1$					$i=2$				
序号 j	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
x_{ij}	23	16	18	20	24	15	18	19	19	20
δ_{ij}	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
$u(x_{ij})$	4	1	2	5	6	-9	-6	-2	-2	1

其中:

$$W_G = \sum_{i=1}^{n_1} u(x_{1i}), \quad V = C \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} \left[u(x_{ij}) \right]^2,$$
$$C = \frac{n_1 n_2}{(n_1 + n_2)(n_1 + n_2 - 1)}$$

(20)

统计量 Z 近似服从标准正态分布 $N(0,1)$, 其计算结果越接近 0, 表示越容易接受原假设, 进而可以认为 2 组数据相似的程度更高。对于给定的检验水平 α (一般取值 0.05 或 0.01), 当且仅当得到的统计量

$Z > z_{1-\alpha}$ 时, 拒绝假设 H_0 而承认假设 H_1 ; 当统计量 $Z < z_{\alpha}$ 时, 拒绝假设 H_0 而承认假设 H_2 ; 统计量 $|Z| > z_{1-\alpha/2}$ 时, 拒绝假设 H_0 而承认假设 H_3 。

根据 Gehan-Wilcoxon 检验原理可知, 统计量 $|Z|$ 能够定量评价不同折合方式得到的折合数据与目标环境数据的相似程度。具体而言, 假设现有数据 I: (x_{1i}, δ_{1i}) , 数据 II: (x_{2j}, δ_{2j}) , 以及数据 III: (x_{3k}, δ_{3k}) , $i=1, 2, \dots, n_1, j=1, 2, \dots, n_2, k=1, 2, \dots, n_3$, 利用 Gehan-Wilcoxon 检验方法, 分别计算数据 I 与数据 II 间的统计量 Z_{12} , 以及数据 I 与数据 III 间的统计量 Z_{13} 。若 $|Z_{12}| < |Z_{13}|$, 则说明数据 II 与数据 I 间的相似程度高于数据 III 与数据 I 间的相似程度。同理, 若 $|Z_{12}| > |Z_{13}|$ 则说明数据 III 与数据 I 间的相似程度高于数据 II 与数据 I 间的相似程度。

2.2 对比评价

利用 Gehan-Wilcoxon 检验方法对基于不同折算策略得到的环境 2 的折算数据与原始环境 1 数据的相似程度进行定量评价, 得到的评估结果见表 7。从计算结果来看, 基于一般模型的折算数据与目标环境的原始数据的相似程度更高, 说明利用式 (2) 所示函数进行数据折算的效果更好。

表 7 基于不同折算策略的数据相似程度评价结果

Tab.7 Evaluation results of data similarity based on different discounting strategies			
参数	W_G	V	$ Z $
基于比例系数的环境折算系数	23	682.6316	0.8803
基于一般模型的环境折合函数	9	682.6316	0.3445

3 结论

针对产品寿命服从威布尔分布的场景, 本文提出了一种环境数据的折合融合方法, 采用折合关系的一般模型实现了不同环境数据的折合与融合, 利用平均秩次法与 Γ 函数扩展的威布尔分布最优线性无偏估计法对融合后的随机截尾数据进行参数估计。以某产品不同环境的定时截尾试验数据对所提方法进行了说明, 并与传统基于比例系数的折合方法进行比较, 得出如下结论:

1) 若原始数据为定时/定数截尾数据, 则融合后的数据可能表现出随机截尾的特征, 采用 Γ 函数对 C_n^i 的运算范围进行扩充, 可有效解决最优线性无偏估计方法在随机截尾场景下秩次为非整数而使用受限的问题。

2) 在机理一致的前提下, 不同环境下试验数据的形状参数 m 估计结果可能会因样本波动而存在一定差异。本文所提基于一般模型的折合融合方法, 通过 Gehan-Wilcoxon 检验方法对数据折合效果进行定

量评价发现,采用一般模型得到的折合数据与目标环境原始数据相似度更高,表明折合效果更优。

参考文献:

- [1] 王炳兴. 环境因子的定义及其统计推断[J]. 强度与环境, 1998, 25(4): 24-30.
WANG B X. The Definition of the Environment Factor and Its Statistical Inference[J]. Structure & Environment Engineering, 1998, 25(4): 24-30.
- [2] 潘文庚. 环境因子法在弹药储存可靠性评估中的应用[J]. 弹箭与制导学报, 1997, 17(3): 26-30.
PAN W G. The Application of the Environmental Factor Method in the Reliability Evaluation of Ammunition Storage[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 1997, 17(3): 26-30.
- [3] 王金柱, 高萌, 丁超, 等. 环境因子和混合贝塔分布的贝叶斯法制导弹药评估[J]. 火力与指挥控制, 2014, 39(10): 81-83.
WANG J Z, GAO M, DING C, et al. Reliability Evaluation of Guided Ammunition Based on Testing Information Fusion[J]. Fire Control & Command Control, 2014, 39(10): 81-83.
- [4] 扈延光, 王志敏, 闫蓓. 可靠性评估中环境因子的一种工程确定方法[J]. 科学技术与工程, 2005, 5(8): 473-475.
HU Y G, WANG Z M, YAN B. The Engineering Determination Method of Environment Factors Applied in the Reliability Evaluation[J]. Science Technology and Engineer, 2005, 5(8): 473-475.
- [5] 鲁雪峰, 刘婧成, 江思杰, 等. 工程上环境折合系数的确定方法及其应用[J]. 环境技术, 2019, 37(2): 89-93.
LU X F, LIU J C, JIANG S J, et al. The Method of Determining Environmental Conversion Coefficient in Engineering and Its Application[J]. Environmental Technology, 2019, 37(2): 89-93.
- [6] 谢章用, 蔡自刚, 陆家乐, 等. 基于多源信息融合的实航可靠性综合评价方法[J]. 电子产品可靠性与环境试验, 2022, 40(S2): 15-18.
XIE Z Y, CAI Z G, LU J L, et al. A Comprehensive Evaluation Method for the Reliability of Torpedoes Based on Multi-source Information Fusion[J]. Electronic Product Reliability and Environmental Testing, 2022, 40(S2): 15-18.
- [7] 周源泉. 确定环境因子的数学方法[J]. 强度与环境, 1981, 8(4): 1-15.
ZHOU Y Q. The Mathematical Methods for Determining Environmental Factors[J]. Structure & Environment Engineering, 1981, 8(4): 1-15.
- [8] 张彪, 孙东初. Weibull 分布环境因子的确定方法[J]. 宇航学报, 1986, 7(4): 72-80.
ZHANG B, SUN D C. Methods of Determining Environment Factors for Weibull Variables[J]. Journal of Astronautics, 1986, 7(4): 72-80.
- [9] 徐福荣. 正态变量之商及其在环境因子分析中的应用[J]. 宇航学报, 1984, 5(1): 19-23.
XU F R. The Quotient of Normal Variable and Its Application in Analysis of Environment Factors[J]. Journal of Astronautics, 1984, 5(1): 19-23.
- [10] 安伟光, 周源泉. 液体火箭发动机失效的 Weibull 分布环境因子[J]. 推进技术, 1997, 18(3): 10-14.
AN W G, ZHOU Y Q. Environmental Factor of Weibull Distribution for Liquid Rocket Engine Failure[J]. Journal of Propulsion Technology, 1997, 18(3): 10-14.
- [11] 刘琦, 冯静, 周经伦, 等. 指数分布环境因子的 Bayes 算法[J]. 电子产品可靠性与环境试验, 2003, 21(3): 42-44.
LIU Q, FENG J, ZHOU J L, et al. The Bayesian Method for Environmental Factor of Exponential Distribution Calculation[J]. Electronic Product Reliability and Environmental Testing, 2003, 21(3): 42-44.
- [12] NELSON W. Accelerated Life Testing - Step-Stress Models and Data Analyses[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1980, R-29(2): 103-108.
- [13] 刘天杰, 白广忱. 航空发动机系统可靠性评定的环境因子与信息熵综合方法[C]// 2004 年全国机械可靠性学术交流会议论文集. 厦门: 中国机械工程学会可靠性工程分会, 2004.
LIU T J, BAI G C. Aeroengine System Reliability Evaluation's Environment Factor and information Entropy Synthesis Method[C]// Proceedings of the 2004 National Symposium on Mechanical Reliability. Xiamen: Reliability Engineering Branch of the Chinese Mechanical Engineering Society, 2004.
- [14] 周君兴, 俞列红, 王炳兴. 指数和 Weibull 串联系统环境因子的统计推断[J]. 高校应用数学学报 A 辑, 2016, 31(1): 1-8.
ZHOU J X, YU L H, WANG B X. Statistical Inference for the Environment Factor under Exponential and Weibull Series System[J]. Applied Mathematics A Journal of Chinese Universities (Ser A), 2016, 31(1): 1-8.
- [15] 王晓红, 许小靓, 王立志. 基于多试验信息的可靠性综合评估方法[J]. 装备环境工程, 2013, 10(4): 34-37.
WANG X H, XU X L, WANG L Z. Integrated Reliability Evaluation Method Based on Multiple Test Information[J]. Equipment Environmental Engineering, 2013, 10(4): 34-37.
- [16] 李凤. 环境因子估计理论及其在可靠性评估中的应用[D]. 西安: 西北工业大学, 2007.
LI F. The Theory of Environmental Factor Estimation and Its Application in Reliability Assessment[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2007.
- [17] 李湘宁, 李晓斌. 威布尔分布的战术导弹可靠性试验信息融合方法[J]. 火力与指挥控制, 2014, 39(12): 153-155.
LI X N, LI X B. Research on Environment Factor and Engineering Practice about Tractical Missile Based on the Weibull Distribution[J]. Fire Control & Command Control, 2014, 39(12): 153-155.

- [18] 盖京波,王善,唐平. 韦布尔分布的环境因子[J]. 安全与环境学报, 2002, 2(3): 58-60.
GAI J B, WANG S, TANG P. Environmental Factors of the Weibull Distribution[J]. Journal of Safety and Environment, 2002, 2(3): 58-60.
- [19] 吴英伟,齐杏林,崔亮,等. 威布尔分布环境折合因子计算及其应用研究[J]. 装备环境工程, 2016, 13(4): 88-91.
WU Y W, QI X L, CUI L, et al. Calculation and Application of Environment Conversion Factors for Weibull Distribution[J]. Equipment Environmental Engineering, 2016, 13(4): 88-91.
- [20] 张春华,陈循,杨拥民. 常见寿命分布下环境因子的研究[J]. 强度与环境, 2001, 28(4): 7-12.
ZHANG C H, CHEN X, YANG Y M. Research on Environmental Factors under Common Life Distributions[J]. Structure & Environment Engineering, 2001, 28(4): 7-12.
- [21] 王炳兴. 对数正态分布场合环境因子基于截尾样本的统计分析[J]. 强度与环境, 2000, 27(4): 59-64.
WANG B X. Statistical Analysis for the Environment Factor of the Lognormal Distribution Based on Censoring Samples[J]. Structure & Environment Engineering, 2000, 27(4): 59-64.
- [22] ELSAYED A E. 可靠性工程[M]. 第2版. 杨舟译. 北京: 电子工业出版社, 2013: 14-18.
ELSAIED A E. Reliability Engineering[M]. Second Edition. YANG Z Translate. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2013: 14-18.
- [23] 戴树森. 可靠性试验及其统计分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 1983: 521-536.
DAI S S. Reliability Testing and Its Statistical Analysis[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1983: 521-536.
- [24] 申桂香,孟书,张英芝,等. 平均秩次法在子系统可靠性建模中的应用[J]. 吉林大学学报(工学版), 2014, 44(1): 101-105.
SHEN G X, MENG S, ZHANG Y Z, et al. Application of Average Rank Time Method in Reliability Modeling for Subsystems[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2014, 44(1): 101-105.
- [25] 陈家鼎. 生存分析与可靠性[M]. 北京: 北京大学出版社, 2005: 50-55.
CHEN J D. Survival Analysis and Reliability[M]. Beijing: Peking University Press, 2005: 50-55.