

基于 Matlab 编程实现 Arrhenius 模型寿命预测

何建新^{1,2}, 李继红¹, 周堃^{1,2}, 刘静^{1,2}

(1. 中国兵器工业第五九研究所, 重庆 400039;
2. 重庆市环境腐蚀与防护工程技术研究中心, 重庆 400039)

摘要: Arrhenius 模型广泛应用于加速试验寿命预测, 利用 Matlab 语言编程, 对 Arrhenius 模型寿命预测过程数据进行处理。给出了 Matlab 数值分析程序, 计算寿命预测值及相关统计检验参数, 并利用 HG/T 3087—2001 标准中示例的试验数据演示了该程序的计算过程。利用 Matlab 语言编程进行数据处理可方便快捷地计算出相关预测结果, 具有一定的应用价值。

关键词: Matlab 语言; Arrhenius 模型; 寿命预测

DOI: 10.7643/issn.1672-9242.2013.03.021

中图分类号: TB114.3 **文献标识码:** A

文章编号: 1672-9242(2013)03-0087-04

Life Prediction Based on Arrhenius Model with Matlab Programming

HE Jian-xin^{1,2}, LI Ji-hong¹, ZHOU Kun^{1,2}, LIU Jing^{1,2},

(1. No.59 Institute of China Ordnance Industry, Chongqing 400039, China;

2. Chongqing Engineering Research Center for Environmental Corrosion and Protection, Chongqing 400039, China)

Abstract: Arrhenius Model was widely used in accelerated life prediction. The model was programmed using Matlab language and the experimental data was processed with the program. The prediction life and the statistics parameters were provided after Matlab numerical analysis. The data processing was verified using the example data in HG/T 3087-2001. It was concluded that the program is easy in use and valuable in quick data processing.

Key words: Matlab language; Arrhenius model; life prediction

武器装备系统处于贮存状态下, 由于受到贮存环境应力的作用, 战技术性能会随着时间的延长而发生变化, 特别是最容易出现老化问题的密封件、电子元件等薄弱环节, 成为影响武器装备系统贮存寿命的“短板”。通过开展加速寿命试验, 基于 Arrhenius 模

型, 利用高应力下的寿命特征去外推正常应力水平下的寿命特征, 实现贮存环境应力条件下的寿命预测, 受到环境适应性和可靠性工作者的普遍关注^[1]。周漪等开展加速热老化试验, 基于 Arrhenius 模型对某弹用硅橡胶密封材料进行了贮存寿命预测^[2]; 李迪

收稿日期: 2013-01-10

作者简介: 何建新(1981—), 男, 湖北麻城人, 硕士, 工程师, 主要研究方向为环境试验与环境适应性评价。

凡等针对温度对弹簧应力松弛的影响开展加速试验,根据 Arrhenius 模型评估了某型导弹尾翼弹簧在室温条件下的贮存寿命^[3];李金国等采用齐次泊松过程与 Arrhenius 模型相结合的综合模型,探讨了可修电子部件定量加速寿命试验方法^[4];李树桢等基于 Arrhenius 模型,探讨了温度循环加速寿命试验技术在电子产品中的应用^[5];周堃等研究了 Arrhenius 模型在弹箭贮存寿命评估中的应用,强调应用此模型定量评估弹箭贮存寿命必须进行一致性和有效性检验^[6]。

Matlab 语言是集数值计算、符号运算及图形处理等强大功能于一体的科学计算语言^[7]。Matlab 语言的语法规则简单,与 Basic, Fortran 以及 C 语言相比,其编程特点更接近人的思维方式。另外,Matlab 在工程计算方面的编程效率远远高于其它编程语言^[8]。文中利用 Matlab 语言编程实现 Arrhenius 模型寿命预测过程数据处理,计算结果给出寿命预测值及相关统计检验参数。

1 基于 Arrhenius 模型的加速试验原理

大量材料及部分电子元器件的性能退化指标 y 与加速试验时间 τ 的关系遵循指数函数经验公式,一般描述为:

$$y = Be^{-K\tau} \tag{1}$$

式中: y 为性能退化指标,如对橡胶材料,可以为拉伸强度保留率或压缩永久变形保留率等^[9-10]; τ 为加速试验时间; d ; K 为与应力水平有关的变化速率常数, d^{-1} ; α 为常数, $0 < \alpha \leq 1$; B 为试验常数。在一定应力水平范围内,性能变化速率常数 K 与应力水平 T 的关系符合 Arrhenius 模型:

$$K = Ae^{-E/(RT)} \tag{2}$$

式中: E 为失效机理活化能; A 为频率因子; R 为玻耳兹曼常数。

基于上述 Arrhenius 模型,开展不同高应力水平下的加速试验,处理数据后得出不同高应力水平下的性能变化速率常数,进而外推预测应力水平下的性能变化速率常数,最终计算出预测应力水平下的性能退化寿命。

2 基于 Matlab 编程实现数据处理

2.1 数据准备

Matlab 是一种以矩阵计算为基础的程序设计语言,为方便在 Matlab 中进行运算,需将性能退化指标 (y) 与加速试验时间 (x) 整理成两个一一对应的矩阵,同时加速试验应力条件值 (T) 作为一个一维矩阵,此三个矩阵为寿命预测原始数据。以加速试验应力水平个数为列数,以某一应力水平下最多试验数据个数为行数,形成性能退化指标与加速试验时间两个数据矩阵。一般情况下,低应力水平下的试验数据要多于高应力水平下的试验数据,高应力水平下的试验数据列末尾补零,形成完整矩阵。

2.2 公式参数估计

式(1)经对数变换后,含有待估定的参数 α , 一般采用逐次逼近的方法求解,逼近的准则是令 α 为某一估计值时使公式(3)中的 I 最小, α 精确到小数点后两位。

$$I = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{ij})^2 \tag{3}$$

式中: y_{ij} 为第 i 个加速试验应力水平下,第 j 个加速时间点性能退化指标的试验测试值; \bar{y}_{ij} 为第 i 个加速试验应力水平下,第 j 个加速时间点性能退化指标的预测值。在 α 为某一估计值时,公式(1)经对数变换后可得到线性形式 $Y = a + bX$, 其中 $Y = \lg y$, $a = \lg B$, $b = -\frac{K}{2.303}$, $X = \tau^\alpha$, 按最小二乘法计算 a 和 b 。由此可求得第 i 个加速试验应力水平下的性能变化速率常数 $K_i = -2.303b_i$ 和试验常数 $B_i = 10^{a_i}$, 则式(1)

中参数 B 的估计值 $\bar{B} = \frac{\sum B_i}{p}$ (p 为加速试验应力水平个数)。

按最小二乘法,利用 Matlab 程序进行公式参数估计计算过程如下。

```
X=x;
Y=y;
for a=0.01:0.01:0.99
for i=1:length(T)
```

```

X(i,1:N(i))=x(i,1:N(i)).^a;
Y(i,1:N(i))=log10(y(i,1:N(i)));
end
for i=1:1:length(T)
b(i)=(sum(X(i,1:N(i)).*Y(i,1:N(i)))-sum(X(i,1:N(i)))*
sum(Y(i,1:N(i)))/length(X(i,1:N(i)))/(sum(X(i,1:N(i)).^2)-
(sum(X(i,1:N(i)))^2/length(X(i,1:N(i))));
a_a(i)=(sum(Y(i,1:N(i)))-b(i)*sum(X(i,1:N(i)))/
length(X(i,1:N(i)));
K(i)=-1*2.303*b(i);
B(i)=10^a_a(i);
end

```

式(2)经对数变换后可得 $W=C+DZ$ 的形式,其中 $W=\lg K$, $C=\lg A$, $D=-E/(2.303R)$, $Z=T^{-1}$,按最小二乘法估计 C 和 D 。由此可得第 i 个加速试验应力水平下的速率常数 K 的估计值 $\bar{K}_i = 10^{(C+DZ)}$, 于是:

$$I = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{ij})^2 = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^n (y_{ij} - B e^{\bar{K}_i \tau_{ij}})^2 \quad (4)$$

α 为常数,取值区间为 $0 < \alpha \leq 1$,利用逐次逼近法,当公式(4)中的 I 最小时,即可得到估计参数 α 值。利用 Matlab 程序最终确定估计参数 α 值的数据处理过程如下。

```

B_avg=sum(B)/length(B);
W=log10(K);
Z=1/T;
D=(length(W)*sum(W.*Z)-sum(W)*sum(Z))/(length
(W)*sum(Z.^2)-sum(Z)^2);
C=(sum(W)-D*sum(Z))/length(W);
for i=1:1:length(W)
K_avg(i)=10^(C+D*Z(i));
end
I=0;
for i=1:1:length(K_avg)I=I+sum((y(i,1:N(i))-B_avg.*
exp(-1*K_avg(i).*X(i,1:N(i))))^2); end
if I<I_min
I_min=I; a_best=a; K_t=K; B_t=B; W_t=W; D_t=
D; C_t=C; K_avg_t=K_avg; B_avg_t=B_avg;
end
end

```

```
a=a_best;
```

2.3 线性相关性统计分析

开展不同高应力水平下的加速试验,通过数据处理得出不同高应力水平下的性能变化速率常数,进而外推预测应力水平下的性能变化速率常数,所建立的外推方程需要满足一定的统计要求,可利用 r 检验来验证 $W=C+DZ$ 方程的线性相关性。查相关系数表中显著性水准为 0.01 时的自由度表值,当 r 的计算值大于查表值时,所建立的方程则是相关显著的。

2.4 预测应力水平下寿命计算

按式(5)计算预测应力水平下的寿命:

$$t_{age} = \exp \left[\frac{1}{\alpha} (\ln \ln \frac{\bar{B}}{y_0} - \ln K_E) \right] \quad (5)$$

Matlab 程序计算如下。

```

t=2.353;
K_E=10^(C_t+D_t/T_E+t*S_w);
age=exp(1/a_best*(log(log(B_avg_t/y_0))-log(K_E)))

```

程序中, T_E 为预测应力水平下的应力条件值,如当应力条件为温度应力时,预测室温条件下的寿命可取室温条件 T_E 为 298 K; y_0 为试验对象性能退化指标的失效临界值,按试验对象实际失效条件取值。

W 置信界限的上限为 $W=C+DZ+tS_w$, 式中的 t 可以从自由度 $df=p-2$ 和显著性水准为 0.05 时的单侧界限 t 的数值表中查得,为 2.353。

3 丁腈-26 橡胶贮存寿命预测示例

HG/T 3087—2001《静密封橡胶零件贮存期快速测定方法》附录 C 中给出了丁腈-26 橡胶贮存期计算示例^[1],笔者利用上述 Matlab 程序对此标准中的加速老化试验数据进行处理,预测贮存期寿命。

根据标准中试样在 373, 363, 353, 343, 333 K 温度下老化不同时间后的压缩永久变形测定数据,将数据整理成加速老化时间和压缩永久变形保留率两个矩阵,见表 1。由于低温条件下的试验数据要多于高温条件下的试验数据,因此高温条件下的试验数据列末尾补零,形成完整矩阵,以便于在 Matlab 中进行矩阵运算。

表1 数据矩阵 \mathbf{x} 和 \mathbf{y}
Table 1 Data matrix \mathbf{x} and \mathbf{y}

加速老化时间/d (矩阵 \mathbf{x})					压缩永久变形保留率(矩阵 \mathbf{y})				
373 K	363 K	353 K	343 K	333 K	373 K	363 K	353 K	343 K	333 K
0.5	0.5	0.5	1	2	0.847	0.884	0.915	0.914	0.912
1	1	1	2	3	0.792	0.848	0.873	0.888	0.913
2	2	2	3	4	0.705	0.791	0.848	0.874	0.902
3	3	3	4	5	0.650	0.752	0.824	0.856	0.889
4	4	4	5	7	0.606	0.710	0.802	0.839	0.873
5	5	5	7	9	0.560	0.667	0.770	0.815	0.859
7	7	7	9	12	0.496	0.610	0.725	0.787	0.841
9	9	9	12	16	0.439	0.558	0.686	0.756	0.817
12	12	12	16	20	0.384	0.499	0.639	0.718	0.797
16	16	16	20	25	0.327	0.437	0.584	0.681	0.765
20	20	20	25	32	0.289	0.392	0.539	0.633	0.729
25	25	25	32	39	0.242	0.338	0.485	0.584	0.718
0	32	32	39	64.3	0	0.288	0.428	0.546	0.605
0	39	39	64.3	99.3	0	0.254	0.387	0.411	0.489
0	0	64.3	0	0	0	0	0.255	0	0

同时将各试验温度条件由低至高整理成一维矩阵 \mathbf{T} , 再将 \mathbf{x} , \mathbf{y} 和 \mathbf{T} 三个矩阵作为贮存期寿命预测原始数据, 输入文中的 Matlab 程序进行计算, 失效临界值 \mathbf{y}_0 取 0.3, 室温条件 T_E 取 298 K, 得到估计常数 (α)、各加速试验温度条件下的速率常数 (K)、统计检验参数以及预测贮存期寿命 (t_{age}) 等计算结果, 列于表 2。表 2 中的 R 为各加速老化试验温度下, 加速老化时间与压缩永久变形保留率经对数变换建立线性方程的相关系数, 可以看出, 各加速温度条件下方程的线性相关性较为显著。

表2 Matlab 程序计算结果

Table 2 Results computed by the matlab program

项目	计算数据				
	373 K	363 K	353 K	343 K	333 K
K	0.2093	0.1604	0.1139	0.0730	0.0445
B	0.9663	1.0039	1.0241	1.0163	1.0103
R	0.9995	0.9995	0.9971	0.9945	0.9896
α	0.59				
t_{age}	2486 d(6.8 a)				

4 结语

基于 Arrhenius 模型的加速寿命试验, 利用高应力下的寿命特征去外推正常应力水平下的寿命特征, 实现贮存环境应力条件下寿命预测, 已广泛应用于密封材料、弹性材料、电子元器件等零部件的贮存寿命快速评估技术。利用 Matlab 语言编程, 实现 Arrhenius 模型寿命预测过程数据处理, 可方便快捷地计算出寿命预测值及相关统计检验参数, 具有一定的应用价值。

参考文献:

- [1] 周堃. 弹药贮存寿命预测预报技术综述[J]. 装备环境工程, 2005, 2(2): 22—28.
- [2] 周漪. 某弹用硅橡胶密封材料贮存寿命预测[J]. 装备环境工程, 2010, 7(5): 65—68.
- [3] 李迪凡. 某型导弹尾翼弹簧贮存寿命评估[J]. 装备环境工程, 2012, 9(2): 1—3.
- [4] 李金国. 可修复电子部件定量加速寿命试验[J]. 装备环

(下转第 102 页)

和轴向加载难题。调心组件主要由推力滚子轴承及异形螺母组成,如图3所示,设计特点如下。

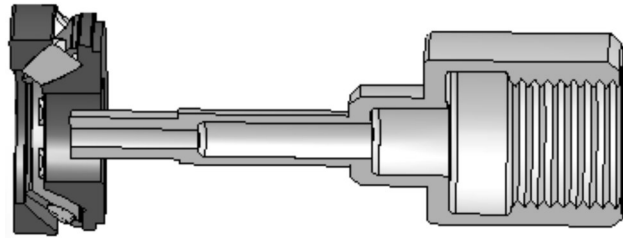


图3 调心组件

Fig. 3 Spherical components

1) 异形螺母与加载头之间设计轴承结构以实现载荷的传递,如图4所示,有效减小了异型螺母与加载头间的摩擦力,最大程度降低加载装置对外层部件受力状态的影响;在加载时有效限制加载头与外层部件之间产生相对位置变化,保证了轴向刚度;细牙螺纹设计实现连续缓慢加载,并具有自锁特征;空心设计在不影响加载装置刚度的前提下实现了质量的减轻,便于装配。

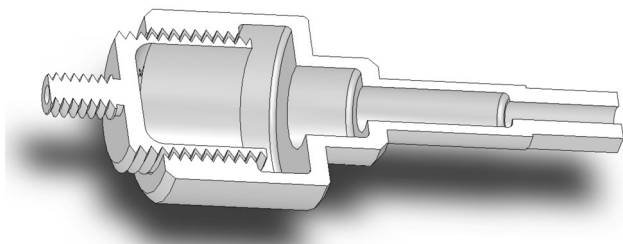


图4 异型螺母

Fig. 4 Special nut

2) 推力调心滚子轴承以承受轴向载荷为主,并

抗冲击载荷。利用滚动摩擦明显小于滑动摩擦的原理,减小轴向加载时产生的周向摩擦力,保证了加载头与异型螺母同轴。由于座圈滚道面呈球面,滚子倾斜排列,使其具有很好的调心性、较高的刚度。为便于装拆,采用可分离型轴承使设计可操作性更强。

3 结语

封闭结构内压力加载装置采用力传感器内置并从内部加载的载荷施加方法,实现了加载装置一体化设计,不仅大大降低了加载装置的外形尺寸,而且提高了加载装置的整体刚度,从而减小了加载过程的不确定度;同时,实现了外部部件不分解前提下的载荷连续可调。

该加载装置根据力传递的一致性,通过加载组件设计,并利用内置测力装置的稳定性和高精度,实现了外层试验件所承受内部压力载荷的长时间、直接准确测试。

内压力加载装置由于其结构小巧,机械接口设计简单,可以广泛应用于机械设计制造、工程学、环境试验技术、航空航天等科学技术研究领域。

参考文献:

[1] 机械设计手册编委会. 机械设计手册[K]. 北京: 机械工业出版社, 2004: 8.

[2] 叶蔚嫦, 蔡增伸, 李文炳. 基于ANSYS的桥梁橡胶支座测试系统刚度分析[J]. 浙江工业大学学报, 2005, 33(2): 212—215.

[3] 邢晨曦, 管东芝, 施天生, 等. 自内力加载装置的设计与实践[J]. 工程与试验, 2010, 50(2): 68—71.

[4] 高奋武, 朱孔敏, 郝大庆, 等. 轴承摩擦力矩测量的新型轴向加载装置[J]. 轴承, 2010(3): 44—45.

(上接第90页)

境工程, 2010, 7(2): 9—12.

[5] 李树楨. 基于温度循环的ALT技术在电子产品中的应用[J]. 装备环境工程, 2009, 6(6): 73—77.

[6] 周堃. 阿伦尼乌斯公式在弹箭贮存寿命评估中的应用[J]. 装备环境工程, 2011, 8(4): 1—4.

[7] NAKAMURA Shoichiro. 科学计算引论——基于MATLAB的数值分析[M]. 梁恒译. 北京: 电子工业出版社, 2002:

1—4.

[8] 董霖. MATLAB使用详解[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 1—3.

[9] GB/T 3512—2001, 橡胶热空气老化试验方法[S].

[10] GJB 92.2—1986, 热空气老化法测定硫化橡胶贮存性能导则[S].

[11] HG/T 3087—2001, 静密封橡胶零件贮存期快速测定方法[S].