

OMEGA 算法在导弹振动工程中的应用

商霖, 李璞, 廖选平

(中国运载火箭技术研究院, 北京 100076)

摘要: 目的 研究位移、速度和加速度谱之间的转换关系, 给出三者功率谱密度之间的转换公式, 进而用于导弹运输振动环境的设计。同时, 研究加速度信号转换为振动位移的方法, 并应用于导弹舱内单机设备安全间隙的设计。**方法** 利用 OMEGA 算法, 首先将加速度传感器测得的加速度时域信号转换成加速度频域信号, 随后将加速度谱转换成位移谱, 并计算位移谱中每个谱线对应的幅值、相位和圆频率, 最后将各位移分量简单叠加得到振动位移的时间历程。**结果** 采用该方法计算了高速公路上导弹的运输振动位移功率谱, 并得到垂向、横向和纵向的峰-峰位移分别为 3.32, 0.46, 2.14 mm。同时, 计算了飞行环境下导弹舱内单机设备的振动位移, 与所测得位移在幅值上相当, 时域曲线形态一致。**结论** 该方法能够很好地应用于导弹振动工程设计。

关键词: OMEGA 算法; 振动工程; 频谱转换; 功率谱密度; 均方根值

DOI: 10.7643/issn.1672-9242.2015.03.011

中图分类号: TJ760 **文献标识码:** A

文章编号: 1672-9242(2015)03-0058-06

Application of OMEGA Algorithm in Missile Vibration Engineering

SHANG Lin, LI Pu, LIAO Xuan-ping

(China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

ABSTRACT: Objective To study the conversion relationship between displacement, velocity and acceleration spectrum, and give the conversion formulas between them, then use the method to design the transportation vibration environment of missile. Meanwhile, to explore the method of conversion of the acceleration signal to the vibration displacement and apply the method to design the safety clearance of machine equipment inside the missile cabin. **Methods** Based on the OMEGA algorithm, an acceleration signal in time domain was converted to the acceleration signal in frequency domain, then the acceleration spectrum was changed into the displacement spectrum, and the amplitude, phase and frequency were calculated of each displacement spectrum, the time history of vibration displacement was obtained by simple superposition of these displacement components. **Results** This method was used to calculate the vibration displacement power spectrum of missile during truck transport on the highway, and the vertical, horizontal and vertical peak-peak displacements were obtained as 3.32 mm, 0.46 mm and 2.14 mm. In addition, the flight vibration displacement of the equipment inside the missile cabin was calculated, and it was consistent with the measured displacement in the amplitude and tracing pattern. **Conclusion** This method can be applied to the missile

收稿日期: 2015-03-07; 修订日期: 2015-03-23

Received: 2015-03-07; Revised: 2015-03-23

作者简介: 商霖(1977—), 男, 山西阳泉人, 博士, 高级工程师, 主要研究方向为导弹结构动力学。

Biography: SHANG Lin(1977—), Male, from Yangquan, Shanxi, Ph.D., Senior engineer, Research focus: missile structure dynamics.

vibration engineering design.

KEY WORDS: OMEGA algorithm; vibration engineering; frequency spectrum conversion method; power spectrum density; root mean square value

导弹(包括火箭、卫星和运载器等)振动工程是机械振动工程领域的一个重要分支,其以导弹为主要研究对象,分析、解决导弹工程中提出的动力学特性和动力学环境问题,以保证导弹满足设计要求的动力学特性和对动力学环境的适应性,使其飞行成功。在导弹技术发展过程中,提出了许多重要的振动工程问题,如导弹挂机飞行过程中出现的振动疲劳问题^[1],导弹地面发射过程中出现的自激振动问题,导弹自主飞行过程中出现的声致振动问题^[2],以及液体导弹的纵向耦合振动(简称“POGO”)问题^[3]等。这些振动环境可能会引起弹体结构的疲劳失效,影响弹上设备的工作性能,甚至诱发导弹的飞行故障。为此,导弹飞行试验前需要在实验室里预先检验弹体结构和弹上设备对动力学环境的适应性,于是提出了合理制定动力学环境条件和真实模拟动力学环境的问题。

在导弹设计中,其动力学环境条件的制定主要来源于3个方面:国军标和美军标等^[4-5]军用标准相关动力学环境条件的规定;同类型导弹动力学环境条件的类推;导弹飞行试验数据的统计估计。不管采用哪一种设计方法,不管处于哪一个研制阶段,导弹振动环境条件都是基于加速度谱制定的。在某些情况下,可能需要采用位移谱或速度谱来进行振动试验,或者需要在位移谱、速度谱和加速度谱之间进行转换分析或比较确认。因此,研究不同谱之间的相互转换是必要的,且具有非常重要的工程价值。

导弹设计中,舱内单机设备安全间隙的设计是非常重要的。振动环境下,导弹舱内单机设备(尤其带减振装置的设备)会产生较大的振动位移,若振动位移大于安全间隙,则可能引发导弹故障。因此,振动位移的准确测量具有非常重要的意义。实验室条件下,通常采用非接触式测量方法获取结构的振动位移,如利用涡流传感器、光纤传感器、激光多普勒测振仪等^[6-8]。外场条件下,直接测量运动物体的振动位移基本上是不可能的,因此主要通过通过对结构的振动加速度信号进行二次积分得到振动位移^[9]。

文中提出了一种 OMEGA 算法,可以用于研究位移谱、速度谱和加速度谱之间的转换。同时,采用这一算法,还研究了将测量所得加速度信号转换为设计分析所用振动位移的方法。

1 OMEGA 算法

一个真实的物理信号可以完全由它的傅里叶变换来表示。傅里叶变换是可逆的,它既不增加也不减少信号的物理信息,它仅仅是以一种容易理解的形式来表示信号。假设 $\ddot{x}(t)$ 是一个加速度时间信号, $\ddot{X}(f)$ 是 $\ddot{x}(t)$ 的傅里叶变换,那么根据傅里叶反变换,可以写为:

$$\ddot{x}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{X}(f) \exp(2\pi ift) df \quad (1)$$

同理,速度时间信号 $\dot{x}(t)$ 和位移时间信号 $x(t)$ 也可以写为:

$$\dot{x}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{X}(f) \exp(2\pi ift) df \quad (2)$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \exp(2\pi ift) df \quad (3)$$

式中: $\exp(2\pi ift) = e^{2\pi ift}$ 。

根据物理定义,加速度是速度随时间的改变量,即:

$$\ddot{x}(t) = \frac{d}{dt}[\dot{x}(t)] \quad (4)$$

将式(2)代入式(4),则有:

$$\ddot{x}(t) = \frac{d}{dt} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \dot{X}(f) \exp(2\pi ift) df \right] = \int_{-\infty}^{\infty} 2\pi ift \dot{X}(f) \exp(2\pi ift) df \quad (5)$$

对比式(1)和式(5),可以发现:

$$\ddot{X}(f) = 2\pi if \dot{X}(f) \quad (6)$$

或者写为:

$$\dot{X}(f) = \ddot{X}(f)/(2\pi if) = \ddot{X}(f)/(i\omega) \quad (7)$$

式中: ω 为圆频率, $\omega = 2\pi f$ 。

同理,可以得到:

$$\ddot{X}(f) = -(2\pi f)^2 X(f) = -\omega^2 X(f) \quad (8)$$

式(7)和式(8)表明,速度信号 $\dot{x}(t)$ 滞后加速度信号 $\ddot{x}(t)$ 90° , 位移信号 $x(t)$ 滞后速度信号 $\dot{x}(t)$ 90° 。

加速度谱、速度谱和位移谱之间的转换关系涉及了希腊字符 ω 的简单乘和除操作,因此称为 OMEGA 算法。

2 功率谱密度转换

功率谱密度是一种概率统计方法,是对随机变量均方值的度量。物理定义中,功率谱密度是指单位频带内的信号功率,即信号功率在各频点的分布,对功率谱在频域上的积分可以得到信号的功率。功率谱密度可以是力功率谱、压力功率谱、变形功率谱等载荷强度参数的形式,也可以是位移功率谱密度、速度功率谱密度、加速度功率谱密度等运动参数的形式。文中仅对位移、速度和加速度等运动参数形式的功率谱密度之间的转换方法进行研究。力、压力、变形等载荷强度参数形式的功率谱密度之间涉及到结构的几何尺寸和刚度特性等,在此不予讨论。

2.1 转换公式

根据式(7)和式(8),可以得到位移功率谱 $G_{xx}(f)$ 、速度功率谱 $G_{\dot{x}\dot{x}}(f)$ 和加速度功率谱 $G_{\ddot{x}\ddot{x}}(f)$ 三者之间的转换关系,即

$$G_{\ddot{x}\ddot{x}}(f) = (2\pi f)^4 G_{xx}(f) / g^2 \quad (9)$$

$$G_{\dot{x}\dot{x}}(f) = (2\pi f)^2 G_{\dot{x}\dot{x}}(f) / g^2 \quad (10)$$

式中: $G_{xx}(f)$ 的单位为 mm^2/Hz ; $G_{\dot{x}\dot{x}}(f)$ 的单位为 $(\text{mm/s})^2$; $G_{\ddot{x}\ddot{x}}(f)$ 的单位为 g^2/Hz ; $g=9806.65 \text{ mm/s}^2$ 。

2.2 随机振动均方根值的计算

随机振动试验条件一般给出功率谱密度与频率的关系曲线,即 PSD 图形。PSD 图形一般在双对数坐标系中描述,在该坐标系中标准的试验条件是由正斜率谱、平直谱和负斜率谱组合构成的梯形谱,如图1所示。随机振动均方根值等于 PSD 图形下所包含面积的开方,其他不同的组合可以类推。

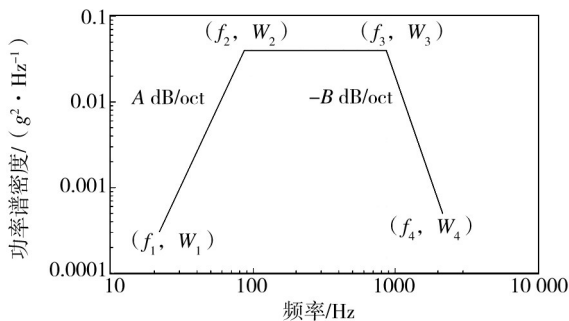


图1 功率谱密度曲线

Fig.1 Power spectrum density curve

正斜率谱下面包含的面积为:

$$S_1 = \frac{W_2 f_2}{m + 1} \left[1 - \left(\frac{f_1}{f_2} \right)^{m+1} \right] \quad (11)$$

式中: $m = \frac{A}{10 \lg 2} \approx \frac{A}{3}$ 。

平直谱下面包含的面积为:

$$S_2 = W_2 (f_3 - f_2) \quad (12)$$

负斜率谱下面包含的面积为:

$$S_3 = \frac{W_3 f_3}{m - 1} \left[1 - \left(\frac{f_3}{f_4} \right)^{m-1} \right] \quad (13)$$

式中: $m = \frac{B}{10 \lg 2} \approx \frac{B}{3}$ 。若 $m=1$,则有:

$$S_3 = W_3 f_3 \ln \left(\frac{f_4}{f_3} \right) \quad (14)$$

于是,梯形谱的总均方根计算公式为:

$$RMS = \sqrt{S_1 + S_2 + S_3} \quad (15)$$

若 PSD 图形为非梯形谱,且不规则,可编程分段积分,以此计算总均方根。

PSD 图形中,功率谱密度与频率之间满足:

$$\frac{W_{i+1}}{W_i} = \left(\frac{f_{i+1}}{f_i} \right)^m \quad (16)$$

则有:

$$\frac{W_{i+1}^a}{W_i^a} = \left(\frac{f_{i+1}}{f_i} \right)^{m'} \quad (17)$$

$$\frac{W_{i+1}^v}{W_i^v} = \left(\frac{f_{i+1}}{f_i} \right)^m \quad (18)$$

式中: W^a 和 W^v 分别是加速度功率密度和速度功率谱密度。

根据式(10),可得:

$$W^a = (2\pi f)^2 W^v / g^2 \quad (19)$$

将上式代入式(17),可得:

$$\frac{(2\pi f_{i+1})^2 W_{i+1}^v / g^2}{(2\pi f_i)^2 W_i^v / g^2} = \left(\frac{f_{i+1}}{f_i} \right)^{m'} \quad (20)$$

对比式(20)与式(18),可以发现:

$$m'' = m' - 2 \quad (21)$$

由此,用加速度功率谱密度除以圆频率的平方得到速度功率谱密度,其 PSD 图形的斜率减小 6 dB/oct。同理,用速度功率谱密度除以圆频率的平方得到位移功率谱密度,其 PSD 图形的斜率减小 6 dB/oct。于是,用加速度功率谱密度除以圆频率的四次方得到位移功率谱密度,其 PSD 图形的斜率减小 12 dB/oct。

2.3 算例

GJB 150A 给出的高速公路上卡车的运输振动加

速度环境见表1^[4,10]。根据表1振动加速度功率谱密度得到高速公路上卡车的运输振动位移功率谱密度曲线如图2所示。

表1 高速公路上卡车运输振动加速度环境

Table 1 Truck transportation vibration acceleration environment on highways

垂向		横向		纵向	
频率/ Hz	谱值/ (g ² ·Hz ⁻¹)	频率/ Hz	谱值/ (g ² ·Hz ⁻¹)	频率/ Hz	谱值/ (g ² ·Hz ⁻¹)
10	0.015 00	10	0.000 13	10	0.006 50
40	0.015 00	20	0.000 65	20	0.006 50
500	0.000 15	30	0.000 65	120	0.000 20
		78	0.000 02	121	0.003 00
		79	0.000 19	200	0.003 00
		120	0.000 19	240	0.001 50
		500	0.000 01	340	0.000 03
				500	0.000 15

g_{rms}=1.04 g_{rms}=0.204 g_{rms}=0.740

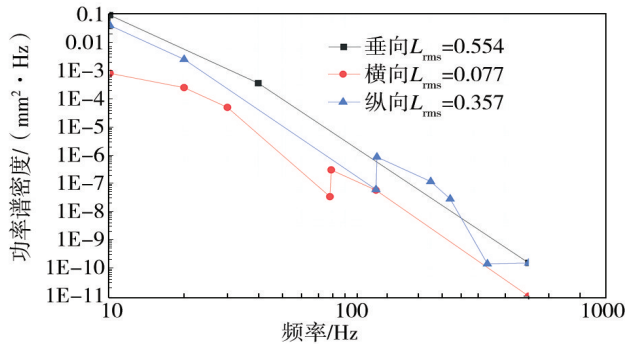


图2 高速公路上卡车运输振动位移功率谱密度曲线

Fig.2 Power spectrum density curve of truck transportation vibration displacement on highways

采用某型号振动控制仪对表1振动加速度功率谱进行计算,得到的均方根值和峰-峰位移见表2。表2数据表明:不同谱线数下,加速度功率谱的均方根值变化较小,且随着谱线数的增加,其值趋于一致;不同谱线数下,峰-峰位移值相差较大,不过随着谱线数的增加,其值逐渐趋于稳定。这是由于谱线数增加以后,功率谱密度曲线的频率分辨率减小,降低了频率增量,提高了计算精度。因此,通常要设置最低频率为频率分辨率的整数倍,且要求最低频率大于频率分辨率的2倍以上。

利用Matlab语言编制程序对位移功率谱进行计算,得到垂向、横向和纵向的峰-峰位移分别是3.32, 0.46, 2.14 mm。与表2计算结果进行对比可以发现,

表2 高速公路上卡车运输振动加速度均方根值和峰-峰位移
Table 2 Root mean square value of truck transportation vibration acceleration and peak-peak displacement on highways

谱线数	垂向		横向		纵向	
	均方根 值g _{rms}	峰-峰位 移/mm	均方根 值g _{rms}	峰-峰位 移/mm	均方根 值g _{rms}	峰-峰位 移/mm
50	1.080	6.00	0.209	0.63	0.758	3.93
100	1.060	4.67	0.206	0.54	0.749	3.05
200	1.052	3.98	0.204	0.50	0.745	2.58
400	1.047	3.64	0.204	0.48	0.743	2.36
800	1.045	3.48	0.204	0.47	0.742	2.24
1600	1.044	3.40	0.204	0.46	0.741	2.19
3200	1.043	3.36	0.204	0.46	0.741	2.16

采用该方法得到的数据精度相对较高。由此表明,该研究方法能很好地应用于工程设计与理论计算。

3 加速度到位移的转换

3.1 转换公式

加速度时间信号 $\ddot{x}(t)$ 的傅里叶变换可以写为:

$$\ddot{X}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{x}(t) \exp(2\pi if t) dt \quad (22)$$

当用数字法计算傅里叶变换时,要将式(22)变换为如下有限离散形式:

$$\ddot{X}_k = \Delta t \sum_{n=1}^{N-1} \ddot{x}_n \exp(-2\pi i k \Delta f n \Delta t) \quad k=0, 1, \dots, L-1 \quad (23)$$

或

$$\ddot{X}_k = \Delta t \sum_{n=1}^{N-1} \ddot{x}_n \exp(-2\pi i k n / N) \quad k=0, 1, \dots, L-1 \quad (24)$$

式中: \ddot{X}_k 为 $f=k \Delta f$ 处的采样值; \ddot{X}_n 为 $t=n \Delta t$ 处 $\ddot{x}(t)$ 的采样值; Δf 为频率分辨率; Δt 为采样时间间隔; N 为采样点数; L 为谱线数。

DFT采用的是离散傅里叶变换快速算法(FFT)。加速度时间信号 $\ddot{x}_{n=0,1,\dots,N-1}$ 经离散傅里叶变换后得到的是一个长度为 L 的复数序列(频谱),见式(25)。 $\ddot{x}_{n=0,1,\dots,N-1}$ 中各谐波分量的幅值、圆频率和初相角可由式(26)求出。

$$DFT[\ddot{x}_{n=0,1,\dots,N-1}] = [(a_0, ib_0), (a_1, ib_1), \dots, (a_{L-1}, ib_{L-1})] \quad (25)$$

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \omega_k = 2\pi \frac{k}{T}, \varphi_k = \arctan \frac{b_k}{a_k} \quad (26)$$

工程上,振动信号一般可利用谱分析技术处理为多个谐波振动的叠加。由此加速度信号 $\ddot{x}(t)$ 可以用式(27)表示,其位移可用式(28)表示。两者幅值和相位之间的关系可根据式(8)表示为式(29)。

$$\ddot{x}(t) = \sum_{k=1}^{L-1} A_k \cos(\omega_k t + \varphi_k^{\ddot{x}}) \quad (27)$$

$$x(t) = \sum_{k=1}^{L-1} B_k \cos(\omega_k t + \varphi_k^x) \quad (28)$$

$$B_k = A_k / \omega_k^2, \varphi_k^x = \varphi_k^{\ddot{x}} - \pi \quad (29)$$

通过上述转换可以得到振动位移的时间历程。式(27)~(29)表明,在频域处理中,时域积分法中存在的趋势项问题只需简单地将无用频率的谐波分量振动幅值置零,即可很好地解决。

3.2 实例

导弹舱内某单机设备采用腰部、外减振安装方式。在导弹飞行振动环境下,其振动位移较大,可能与舱壁或其他设备发生碰撞,影响导弹的安全飞行。为了设计合理的安全间隙,进行了振动试验。首先采用频率为20 Hz、幅值为1g的定频振动,利用振动控制仪控制振动台按正弦条件激振导弹舱段。同时采用加速度传感器^[1]和激光位移传感器分别测取单机设备安装支脚位置的振动信号,校核传感器的测量精度。随后采用真实的飞行振动环境,利用振动控制仪控制振动台按随机条件激振导弹舱段。同时采用加速度传感器和激光位移传感器分别测取单机设备安装支脚位置的振动信号,设计出合理的安全间隙。

在正弦条件激励下,将单机设备安装支脚位置的激光位移传感器测得的位移信号,和加速度传感器测得的加速度信号转换成的位移信号如图3所示。可以看出,激光位移传感器测得位移信号与加速度传感器测得加速度信号的积分所得的位移在相位上完全重合,幅值略有差异。这主要是由于传感器的测量误差引起的,可通过调整传感器的测试量程或测试精度来解决。

在飞行振动环境下,将单机设备安装支脚位置的激光位移传感器测得的位移信号,和将加速度传感器测得的加速度信号转换成的位移信号如图4所示。可以看出,激光位移传感器测得的位移信号与加速度传感器测得加速度信号的积分所得的位移在幅值上相

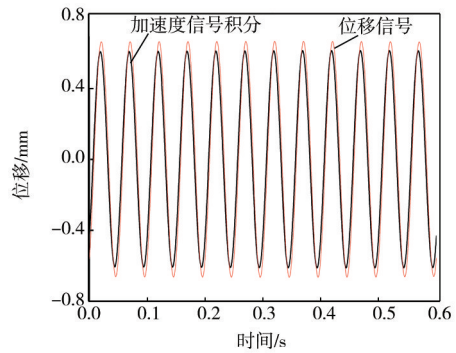
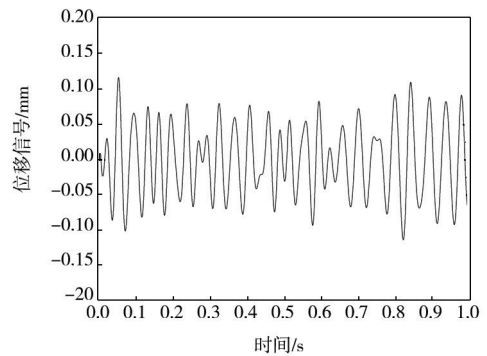
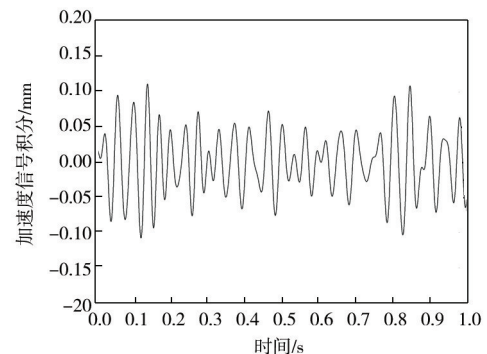


图3 正弦信号

Fig.3 Sine signal



a 位移信号



b 加速度信号

图4 随机信号

Fig.4 Random signal

当,时域曲线形态接近。这表明采用文中方法将加速度信号转换成位移信号是可行的,误差在工程设计可接受的范围内。

4 结语

文中提出了OMEGA算法,并用于研究位移谱、速度谱和加速度谱之间的转换关系。基于这一频谱转换的方法,给出了位移、速度和加速度功率谱密度相互转换的公式,推导了标准梯形功率谱随机振动

均方根值的计算公式和功率谱相互转换后的斜率关系,计算出了GJB 150A中高速公路上卡车的运输振动位移功率谱。同时,研究了将加速度传感器测得加速度信号转换为振动位移的方法,并据此设计了导弹舱内单机设备的安全间隙。该方法首先将加速度传感器测得的加速度时域信号转换成加速度频域信号,随后将加速度谱转换成位移谱,并计算位移谱中每个谱线对应的幅值、相位和圆频率,最后将各位移分量简单叠加得到振动位移的时间历程。实例表明,该方法计算精度高、误差小,能够很好地应用于导弹振动工程设计。

参考文献:

- [1] 张翼,杨晨,罗杨阳. 随机振动载荷下导弹吊挂疲劳寿命分析[J]. 机械科学与技术,2013,32(11):1675—1679.
ZHANG Yi, YANG Chen, LUO Yang-yang. Fatigue Life Analysis of Missile Hanging in Random Vibration Load[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2013, 32(11): 1675—1679.
- [2] 聂旭涛,熊飞峽. 运用统计能量分析法预示空空导弹舱内动力学环境[J]. 振动与冲击,2007,26(4):140—143.
NIE Xu-tao, XIONG Fei-qiao. Analysis of Dynamic Environment by Means of Air-to-Air Missile Cabin Using Statistical Energy[J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26(4): 140—143.
- [3] 王珺,胡鹏,颜勇. 液体火箭发动机泵的POGO气蚀特性试验研究[J]. 火箭推进,2012,38(4):26—31.
WANG Jun, HU Peng, YAN Yong. Experimental Investigation of POGO Cavitation Dynamic Characteristic for Liquid Rocket Engine Pump[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2012, 38(4): 26—31.
- [4] GJB 150A, 军用装备实验室环境试验方法[S].
GJB 150A, Test Method for Laboratory Environment Protection Equipment[S].
- [5] MIL-STD-810G, Environmental Engineering Considerations and Laboratory Tests [S].
- [6] 杨理践,刘佳欣,高松巍,等. 大位移电涡流传感器的设计[J]. 仪表技术与传感器,2009(2):11—16.
YANG Li-jian, LIU Jia-xin, GAO Song-wei, et al. Design for Large Range Electric Eddy Current Sensor[J]. Instrument Technique and Sensor, 2009(2): 11—16.
- [7] 丛红. 反射式光纤微位移传感器[J]. 传感器技术,2003,22(9):70—77.
CONG Hong. Reflective Optical Fiber Micro-displacement Sensor[J]. Journal of Transducer Technology, 2003, 22(9): 70—77.
- [8] 向艳红,赵寿根,杨林华. 关于微小振动的激光多普勒测量[J]. 强度与环境,2009,36(6):50—54.
XIANG Yan-hong, ZHAO Shou-gen, YANG Lin-hua. Small Vibration Measurement Based on Laser Doppler[J]. Structure and Environment Engineering, 2009, 36(6): 50—54.
- [9] 陈为真,汪秉文,胡晓娅. 基于时域积分的加速度信号处理[J]. 华中科技大学学报(自然科学版),2010,38(1):1—4.
CHEN Wei-zhen, WANG Bin-wen, HU Xiao-ya. Acceleration Signal Processing by Numerical Integration[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2010, 38(1): 1—4.
- [10] 颜诗源,李新俊,吴勋,等. 基于HHT方法的公路运输振动信号时频分析[J]. 装备环境工程,2014,11(5):23—26.
YAN Shi-yuan, LI Xin-jun, WU Xun, et al. Frequency Analysis for Vibration Signal from Road Transportation Using HHT [J]. Equipment Environment Engineering, 2014, 11(5): 23—26.
- [11] 章新瑞. 加速度计在振动试验中的应用[J]. 装备环境工程,2013,10(2):89—92.
ZHANG Xin-rui. Application of Accelerometers in Vibration Test[J]. Equipment Environmental Engineering, 2013, 10(2): 89—92.