#### 环境试验与评价

# 多点激励振动试验振前优化方法研究

## 邹学利,李宏民

(航天科工防御技术研究试验中心, 北京 100854)

摘要:目的 研究多点激励振动试验的振前优化方法。方法 提出一种基于传递函数的多点激励振动试验的 动态仿真方法,通过振前仿真可以实现试验方案和试验参数的优化。通过预试验获取传递函数矩阵,然后 以传递函数为仿真对象,以时域信号的卷积代替时域信号的驱动,最后模拟 MIMO 控制仪的控制过程形成 一套完整的仿真试验方法。结果 通过仿真结果和试验结果的对比,仿真精度较高,完全能够说明实际的试验控制状态。结论 实际应用表明,通过振前仿真进行试验方案和控制参数的优化,有效减少了预试验的时间和次数,达到了较好的控制效果。

关键词: 多点激励; 动态仿真; 振前优化; 时域随机化

**DOI**: 10.7643/ issn.1672-9242.2017.11.011 中图分类号: TJ01 文献标识码: A

文章编号: 1672-9242(2017)11-0052-07

### Optimization Method before Starting Multi-point Excitation Vibration Test

ZOU Xue-li, LI Hong-min (Aerospace Science & Industry Corp Defense Technology R&T Center, Beijing 100854, China)

ABSTRACT: Objective To study optimization method of multi-support excitation vibration test before starting the test. Methods A dynamic simulation method based on transfer function for multi-point excitation vibration test was proposed to achieve optimization of test scheme and control parameters by simulation before starting the test. The transfer function matrix was obtained by pre-test; then the transfer function was used as the simulation object. And the time-domain signal convolution was used to replace the time-domain signal drive. Finally, a complete set of simulation test methods was formed by analyzing the control process of MIMO vibration controller. Results By comparing the simulation results with the experimental results, the simulation accuracy was high, which could fully explain the actual experimental control state. Conclusion The practical application shows that the optimization of test scheme and control parameters can effectively reduce the time and number of pre-test, and achieve better control results

KEY WORDS: multi-point excitation; dynamic simulation; optimization before vibration test; time domain randomization

随着航天产品对可靠性要求的提高,单轴单点激励试验由于其特有的局限性逐渐无法满足试验需求。比如试验推力不足、产品在试验过程中的模态响应特性与真实环境差异较大、不能模拟多点输入的耦合特性和相关性等,这些缺陷使单点激励试验不能真实地模拟实际使用环境,多点激励试验的出现,有效弥补了这些缺陷,因此越来越受到人们的重视。

多点激励振动试验与单点激励振动试验相比要

复杂的多,非线性因素较强,控制效果往往不够理想。目前为了优化试验设计方案,都是通过预试验的方式进行,由于试验前要进行多次预试验,浪费大量的时间,同时试验次数增多,容易造成过试验。为了减少试验时间和避免过试验的风险,文中提出了一种动态仿真方法,通过振前仿真实现控制方案和控制参数的优化,有效减少了预试验的次数,控制效果较为理想。

## 1 仿真原理

试验的对象是产品,而仿真的对象是能够代表产品动态特性的传递函数矩阵。传递函数矩阵的获取方法有两种:有限元分析和预试验。有限元分析法可以避免预试验对产品的疲劳积累,但获取的传函精度较差,尤其是对于结构复杂的大型产品(比如全弹)。预试验可以获得精度较高的传递函数,只要预试验的量级选择适当,不会对产品造成太大的影响。文中以应用最为广泛的方阵加限制控制为例说明仿真的基本原理。

### 1.1 获取驱动频谱

仿真之前首先要进行预试验,并采集到输入(驱动)和输出(控制)的时间历程曲线。根据时间历程曲线计算传递函数矩阵<sup>[1-2]</sup>:

$$[H(f)] = [G_{YX}] \cdot [G_{XX}]^{-1}$$

$$\tag{1}$$

式中: [H(f)]为传递函数矩阵;  $[G_{YX}]$ 为驱动信号  $\{X(f)\}$ 和响应信号  $\{Y(f)\}$ 的互功率谱矩阵;  $[G_{XX}]$ 为驱动信号  $\{X(f)\}$ 的自功率谱矩阵。通过输入和输出的时域数据计算相应的自谱和互谱,然后代入矩阵即可得到  $[G_{XX}]$ 和 $[G_{YX}]$ 。

根据参考谱、相位和相干系数,计算参考谱矩阵, 参考谱矩阵的形式为:

$$[G_R] = \begin{bmatrix} S_{11}(\omega) & \cdots & S_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ S_{n1}(\omega) & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix}$$
 (2)

式中:对角线元素  $S_{ii}(\omega)(j=1,2,...,n)$ 为控制点 j

的 参 考 谱 ( 自 功 率 谱 ); 非 对 角 线 元 素  $S_{jk}(\omega)(j\neq k,j,k=1,2,...,n)$  为控制点 j 和控制点 k 之间的互 功率谱密度函数。

在获取参考谱矩阵后,需将参考谱矩阵转换成驱动谱矩阵<sup>[3-7]</sup>,转换公式为:

$$[G_X] = [H(f)]^{-1} [G_R] ([H(f)]^{*T})^{-1}$$
(3)

可以证明,参考谱矩阵与驱动谱矩阵具有相同的正定性质,一般来说,参考谱矩阵是正定的,所以驱动谱矩阵也是正定的<sup>[7]</sup>,故可以进行 Cholesky 分解<sup>[8-11]</sup>,即:

$$[G_X] = [K(f)][K(f)]^{*T}$$
 (4)

其中: [K(f)]为下三角矩阵,且对角元素为正的实函数。于是各激励点的驱动信号频谱可表示为:

$$X_{m}(f) = \sum_{i=1}^{m} s_{j}(f)k_{mj}(f) , \quad m = 1, 2, \dots, n$$
 (5)

式中:  $X_1(f)$ ,  $X_2(f)$ , …,  $X_n(f)$ 为各驱动信号的频谱, n为激励点的个数;  $s_1(f)$ ,  $s_2(f)$ , …,  $s_n(f)$ 是一组相互独立且谱密度为 1、相位随机的白噪声信号的频谱。

#### 1.2 时域随机化

对式(5)所示的驱动频谱进行 IFFT 变换,得到时域驱动信号,此时的时域信号是单帧伪随机信号。由于伪随机信号具有周期性,时间历程较短且不具有连续性,近似于高斯分布,必须对伪随机信号进行时域随机化得到真随机信号,才能用来驱动台体。时域随机化过程一般分为:随机抽头、重新排列、加窗、延时、旋转和叠加。真随机信号的生成过程见图 1。

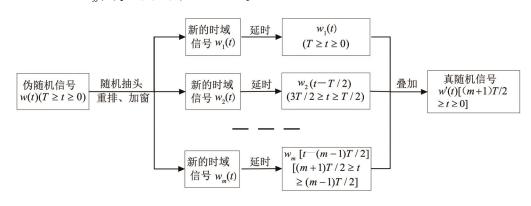


图 1 真随机信号的生成过程

随机抽头过程就是从信号中随机抽取一个数据,然后以此数据为起点对信号进行重新排列,排列完成后进行加窗处理,一般为半正弦窗。现假设有一离散伪随机信号 w(t),进行 m 次相互独立的抽头、排列和加窗过程,生成 m 个新信号  $w_1(t)$ ,  $w_2(t)$ ,...,  $w_m(t)$ ,然后对这些信号进行延时和叠加,最后形成真随机信号 w'(t):

$$w'(t) = \sum_{k=1}^{m} w_k [t - (k-1)T/2]$$
 (6)

#### 1.3 获取控制点的时域响应信号

随机化后的时域信号可用于直接驱动振动台进行试验,在仿真程序中可用时域卷积代替时域驱动。 在频域输入与输出的关系可用式(7)表示:

$${Y(f)} = [H(f)]{X(f)}$$
 (7)

式 中 :  $\{X(f)\}$  为 驱 动 频 谱 ,  $\{X(f)\}$  =  $\{X_1(f), X_2(f), \dots, X_n(f)\}^T$  ;  $\{Y(f)\}$  为控制点的响应频谱,  $\{Y(f)\} = \{Y_1(f), Y_2(f), \dots, Y_n(f)\}^T$  ,对上式两边同时进行傅立叶反变换:

$$\{y(t)\} = [h(t)] \cdot \{x(t)\} \tag{8}$$

式中:  $\{x(t)\}$ 为时域驱动信号,是 $\{X(f)\}$ 的傅立叶反变换; $\{y(t)\}$ 为控制点的时域响应信号,是 $\{Y(f)\}$ 的傅立叶反变换;[h(t)]为单位冲击响应矩阵,是[H(f)]的傅立叶反变换。[h(t)]· $\{x(t)\}$ 表示[h(t)]和 $\{x(t)\}$ 的卷积。

#### 1.4 闭环控制

计算各控制点的自谱,控制点之间的互谱,得到响应谱矩阵[ $G_c$ ]。与参考谱矩阵进行比对获取误差矩阵:

$$[E_{c}] = [G_{R}] - [G_{c}] \tag{9}$$

误差矩阵是进行误差补偿的基础。对于一个闭环 控制系统,误差补偿方法是决定控制效果好坏的重要 因素。在多轴振动试验系统的控制过程中,误差补偿 是通过修正下三角矩阵实现的。

修正量按两种形式计算<sup>[12-13]</sup>。一种形式用于受影响的功率谱等于或小于它们各自的参考谱。当受影响的功率谱超过它们各自的参考谱时,使用第二种形式。

第一种修正方式,不仅修正幅值,也修正相位。 修正量通过解以下方程得到:

$$[\Delta][K(f)]' + [K(f)][\Delta]' = [E_c]$$
(10)

式中:  $[\Delta]$ 为下三角矩阵, $[\Delta]=[\Delta_{ij}]$  (  $i \ge j$  ),是待求修正量。

[4]的解是:

$$\begin{cases}
\Delta_{1} = \frac{E_{11}}{2k_{11}} \\
\Delta_{j1} = \frac{E_{j1} - \Delta_{1}k_{j1}}{k_{11}} & j = 2, 3, \dots, n \\
\Delta_{jj} = \frac{E_{jj} - \sum_{i=1}^{j-1} (\Delta_{ji}k_{ji}^{*} + \Delta_{ji}^{*}k_{ji})}{2k_{jj}} & j = 2, 3, \dots, n \\
\Delta_{jk} = \frac{E_{jk} - \Delta_{kk}k_{jk} - \sum_{i=1}^{k-1} (\Delta_{ki}^{*}k_{ji} + \Delta_{ji}k_{ki}^{*})}{k_{jj}} & j = k+1, \dots, n
\end{cases}$$

第二种修正方法由式(12)建立:

$$\Delta_{ij} = \frac{k_{ij}^{\text{old}} E_{jj}}{2iG_{ii}} \tag{12}$$

式中:  $k_{ij}^{\text{old}}$ 是下三角矩阵[K(f)]上一次修正后的第 i 行第 j 列上的元素, $G_{ij}$ 是参考谱矩阵[ $G_R$ ]的第 j 行第 j 列上的元素。第二种修正方式只修正幅值不修正相位。

在获得修正矩阵[4]后,可按式(13)更新三角

矩阵:

$$[K_{\text{new}}(f)] = [K_{\text{old}}(f)] + [\Delta]$$

$$(13)$$

通过式(13)更新驱动频谱后,反馈到式(5)进行闭环控制。

#### 1.5 限制通道

在限制通道的响应谱不超过限制参考谱时,限制通道不起任何作用;当限制通道的某一频段达到或超过限制参考谱时,限制通道的该频段将参与控制。因此在计算驱动对控制点的传函矩阵的同时,还需要计算驱动对限制点的传函矩阵。限制通道只控制幅值,不控制相干和相位,因此在进行闭环控制时仍以控制点响应谱矩阵计算驱动谱或更新驱动谱,但同时根据限制点响应谱超过限制参考谱的量(差值)以及限制点的传函矩阵计算幅值压缩比,对该频段的驱动谱幅值进行压缩。仿真流程如图 2 所示。

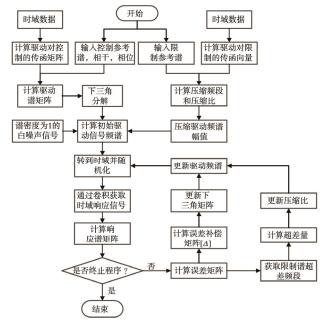


图 2 仿真流程

限制通道的响应谱矩阵为:

$$[G_1] = [H_1(f)] \cdot [G_Y] \cdot [H_1(f)]^{*T}$$
(14)

式中:  $[G_1]$ 为限制通道的响应谱矩阵;  $[G_X]$ 为驱动谱矩阵;  $[H_1(f)]$ 为驱动对限制的传递函数矩阵。对于响应谱大于限制参考谱的频段按式(15)计算压缩比:

$$d_{j}(f) = \frac{G_{jj}(f)}{g_{ji}(f)} (j = 1, 2, \dots, n)$$
(15)

式中:  $d_j(f)$ 为压缩比;  $G_{jj}(f)$ 为限制通道 j 的参考谱;  $g_{ij}(f)$ 为限制通道 j 的响应谱; n 为限制通道的数量。

## 2 方法验证

针对某型号弹分别进行仿真和多点激励试验,并

通过对仿真结果和实际振动结果的对比,来验证上述 仿真算法的可行性。

#### 2.1 试验简介

某型弹全弹振动试验如图 3 所示,给出了激励点和吊装点的位置,及传感器的粘贴位置,共选择了10个测点。其中测点 4 和 8 为控制点,测点 1, 2, 3, 5, 6, 10 为限制点,测点 7 和 9 为测量点。

控制参考谱为:  $20 \sim 80$  Hz, 3 dB/oct;  $80 \sim 350$  Hz, 0.01  $g^2$ /Hz;  $350 \sim 2000$  Hz, -3 dB/oct; 限制谱为:  $20 \sim 80$  Hz, 3 dB/oct;  $80 \sim 350$  Hz, 0.04  $g^2$ /Hz;  $350 \sim 2000$  Hz, -3 dB/oct。

控制参数:相位为 0、相干系数为 0.90、自由度为 120、谱线数为 2048 (2000 Hz 内为 800 线)。

为了便于比较, 仿真与实际振动所选的参数完全一致。在进行仿真前, 首先要进行预试验, 预试验量级为实际振动量级的-12 dB。通过预试验采集各个

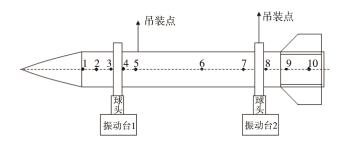


图 3 某型号弹全弹振动试验

测点的时域数据,作为仿真的输入。

#### 2.2 仿真结果与实振结果的对比

以预试验采集的时域数据为输入进行仿真,并将 仿真结果与实际振动结果进行对比。图 4 为仿真结果 与实振结果控制谱的比较,图 5 为仿真结果与实振结 果限制谱的比较,表 1 列出了仿真结果与实振结果的 均方根值。

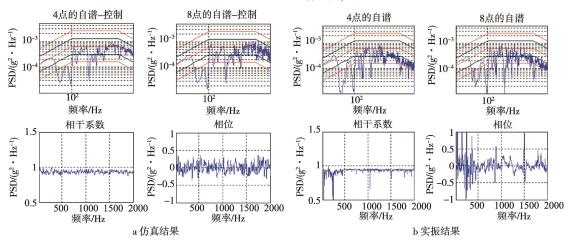


图 4 控制通道仿真结果和实振结果的比较

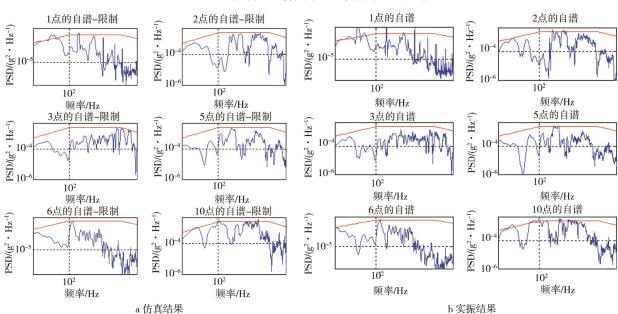


图 5 限制通道仿真结果和实振结果的比较

± 4	<b>分支上南四年3444</b> 74441.44
<del>7</del> 1	仿直与实际振动的均方根值比较

通道	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
仿真结果	0.49	0.81	0.77	0.66	0.61	0.33	0.45	0.67	0.65	0.94
实振结果	0.95	0.85	0.79	0.67	0.64	0.34	0.46	0.64	0.72	0.97

从图 4 可以看出, 仿真与实振控制谱的一致性较好, 下凹点的下凹程度略有不同, 但对应的频率点相同, 说明了限制谱参与控制的频率段是一致的。相干系数和相位的控制结果在个别频率点上的差异略大一些, 说明这两个参数在实际振动中不容易控制, 而仿真过程对其控制要容易一些, 事实上更关心的是各通道的响应谱密度, 因此这种差异是可以接受的。从图 5 可以看到, 除了 1 通道外, 其他限制通道响应谱的仿真结果与实振结果非常吻合。1 通道的差异较大, 主要是实际振动中 1 通道的响应超出了限制谱, 而仿真中 1 通道的响应得到了很好的抑制, 这也是仿真环境较好的原因。除了定性分析外, 还可以对均方根值进行定量分析, 见表 1。通过对表 1 中均方根值的比较可以发现, 除了 1 通道差异较大外, 其他通道均具有很好的一致性。

通过分析可知,仿真结果与实振结果比较吻合, 仿真算法是可行的,仿真结果对实振过程具有一定的 预测性。

### 3 振前优化的判定准则

主要对以下几方面进行仿真优化:控制点的选择;限制点的选择;功率谱密度估计的谱线数和统计自由度;控制点相干函数和相位关系。

振前优化的判定准则:

- 1)控制谱的峰值响应不超过 6 dB,超过 3 dB的 带宽不超过总带宽的 10%。多点激励下,由于控制 算法的复杂性,很难保证控制谱不出现超差情况,所以超差现象不是很严重时是可以接受的。
- 2)限制响应谱的最大值没有超出规定的限制谱。 一般要求限制点的峰值不超过限制谱,如果受传递特 性限制所有方案都超出了限制谱,则以超出量的大小 和超出带宽作为判定准则。
- 3)均方根值检查。总均方根加速度是振动能量大小(平均功率)的体现,通过分析总均方根值可以对各通道的能量分布提出要求。由于振动系统产生的振动都是零均值的振动,所以均方根值与统计学中的方差等效,体现了振动能量的集中程度,均方根值越小,振动能量越集中(集中在均值附近)。因为均值为0,所以振动的大部分时间瞬时值都比较小,出现大瞬时值的概率较低。相反,均方根值越大,振动能量越分散,振动瞬时值偏大的概率较高。

由于均方根值与振动对产品的破坏程度直接相 关,因此对均方根值必须提出限制,作为优化结果的 判据之一。主要考虑以下几点。

g

- 1)各检测点的响应总均方根值不超过其参考谱 均方根值的 2 倍 (6 dB)。这一点规定了各检测点的 振动能量不得超过要求值的 2 倍,否则可能对产品造 成较严重的破坏。
- 2) 系统振动的总能量与设定值的偏离程度。系统振动总能量与设定值的偏离程度用  $\lambda_1^{[14]}$ 来表示,计算公式为:

$$\lambda_{1} = \frac{G_{1} - G_{2}}{G_{2}} \tag{16}$$

式中:  $G_1$  为系统振动的总能量,数值上等于各 检测点均方根值的平方和(不能用均方根值的总和, 因为均方根值的平方具有能量的概念,可以进行加减 运算,但均方根值不具有能量的概念,不能直接进行 加减);  $G_2$  为总能量的设定值,数值上等于各检测点 参考谱均方根值的平方和。 $\lambda_1>0$  为正偏离,表示过试 验;  $\lambda_1<0$  为负偏离,表示欠试验。

根据定义可知, |\lambda\_||值越小, 总能量越接近于设定 值, 控制效果越好, 所采取的方案越好。

3)能量分布均匀度。能量分布均匀度用 λ<sub>2</sub><sup>[14]</sup>来表示,计算公式为:

$$\lambda_{2}^{(i)} = \left| \frac{g_{i}^{d} - g_{i}^{c}}{g_{i}^{c}} \right| \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$
 (17)

式中: $\lambda_2^{(i)}$ 表示各检测点的振动能量与设定值的偏离程度,每一个检测点对应一个 $\lambda_2^{(i)}$ ; $g_i^d$ 为各检测点响应谱的均方根值; $g_i^c$ 为各检测点参考谱的均方根值;n为检测点的数量。

 $\lambda_{2}^{(i)}(i=1,2,\cdots,n)$ 值越小,该检测点的振动能量越接近设定值,作为整体振动效果的判定,一般用 $\lambda_{2}=\{\lambda_{2}^{(i)}\}'$ 的标准差来表示:

$$\sigma(\lambda_2) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} [\lambda_2^{(i)} - E(\lambda_2)]^2}$$
 (18)

式中:  $E(\lambda_2)$  表示  $\lambda_2$  均值,  $E(\lambda_2) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \lambda_2^{(i)}$ ; 标准  $\hat{E}\sigma(\lambda_1)$  的值越小, 能量分布越均匀, 控制效果越好。

优化结果的判定准则较多,但式(18)给出了振动均匀度的度量,因此在众多判定准则中,其重要性是不可替代的,应该优先考虑。

## 4 仿真优化案例

该案例仍然针对图 3 所示某型号弹的多点激励试验,通过仿真对其控制点、限制点、谱线数、统计自由度和相干函数进行优化。表 2 给出了 10 组方案 (通过任意组合,还可以给出很多控制方案,这里选择了几个典型的方案),分别对每一组方案进行仿真分析,并对比仿真结果,选出最优方案作为最终的试

验方案。

试验中没有超差现象(包括控制谱和限制谱),优化的主要依据是均方根值。对 10 组方案的仿真结果进行分析,并计算  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  的值,列于表 3。值得注意的是,因为限制谱不是设定谱,只起限制某些关键点在个别频率段的过试验程度不超过规定值的作用。因此在计算  $\lambda_1$  时,限制通道的设定能量用控制参考谱计算,而不是用限制谱计算。

-					
=	_	<i></i> _	- =	· —	_
表	٠,	1 F	ī直	-	ᆓ

方案	控制点	限制点	相干系数	相位	谱线数	自由度
1	4, 8	1, 2, 3, 5, 6, 10	0.95	0	2048	120
2	4, 8	1, 2, 3, 5, 6, 10	0.95	0	2048	150
3	4, 8	1, 2, 3, 5, 6, 10	0.90	0	2048	120
4	4, 8	1, 2, 3, 5, 6, 10	0.90	0	2048	150
5	4, 8	1, 2, 3, 5, 6, 10	0.90	0	1024	120
6	3, 8	1, 2, 4, 5, 6, 10	0.95	0	2048	120
7	3, 8	1, 2, 4, 5, 6, 10	0.95	0	2048	150
8	3, 8	1, 2, 4, 5, 6, 10	0.90	0	2048	120
9	3, 8	1, 2, 4, 5, 6, 10	0.90	0	2048	150
10	3, 8	1, 2, 4, 5, 6, 10	0.90	0	1024	120

表 3 ¼值和 ¼值比较

方	各通道的 $\lambda_2^{(i)}$ 值									1	$\sigma(\lambda_2)$	
案	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	· 1/4	0 (12)
1	0.40	0.06	0.04	0.12	0.20	0.56	0.40	0.12	0.16	0.22	-0.166	0.1706
2	0.45	0.09	0.03	0.15	0.25	0.51	0.45	0.14	0.17	0.20	-0.163	0.1673
3	0.32	0.08	0.05	0.13	0.20	0.54	0.42	0.15	0.14	0.17	-0.168	0.1575
4	0.33	0.03	0.06	0.10	0.27	0.56	0.43	0.15	0.18	0.13	-0.172	0.1715
5	0.29	0.04	0.01	0.11	0.28	0.59	0.44	0.13	0.15	0.15	-0.170	0.1828
6	0.40	0.05	0.02	0.12	0.20	0.57	0.40	0.12	0.16	0.22	-0.166	0.1764
7	0.28	0.04	0.01	0.13	0.21	0.57	0.44	0.15	0.15	0.17	-0.170	0.1735
8	0.32	0.04	0.12	0.04	0.16	0.58	0.41	0.11	0.18	0.18	-0.168	0.1729
9	0.34	0.04	0.01	0.13	0.20	0.58	0.44	0.15	0.19	0.19	-0.180	0.1775
10	0.32	0.06	0.02	0.12	0.19	0.58	0.41	0.15	0.09	0.23	-0.165	0.1744

由于限制通道的存在,试验过程中某些频率段出现欠试验现象,所以计算得到的 $\lambda_1$ 值都为负值。每组方案的 $|\lambda_1|$ 值变化不是很大,最大变化率为 9.4%,其中方案 9 的 $|\lambda_1|$ 值比较突出,属于个例,如果剔除方案 9 的影响, $|\lambda_1|$ 值的最大变化率只有 5.2%,因此优先考虑标准差。标准差  $\sigma(\lambda_2)$ 的最大变化率为 14%,方案 3 的  $\sigma(\lambda_2)$ 值最小,说明能量分布最均匀,且方案 3 的  $|\lambda_1|$ 值也不是很大,综合考虑最后将方案 3 作为最优方案,并开展了正式试验,取得了预期的试验效果。

## 5 结语

文中提出了一种多点激励振动试验的动态仿真

方法,并通过某型号弹的全弹振动试验的预试验数据,进行了振前仿真,并将仿真结果与实振结果进行比较。通过比较分析可知,仿真结果与实振结果比较吻合,仿真算法是正确的,仿真结果对实振过程具有一定的预测性。

在具备了仿真能力后,利用仿真的手段对多点激励振动试验的控制点、限制点、谱线数、自由度和相干函数等一系列影响试验效果的因素进行了振前仿真优化,并根据判定准则,选择了最优方案进行正式试验,取得了令人满意的试验结果。在以前,这些工作都是通过预试验进行的,因此,利用仿真手段可有效减少预试验的次数,避免过应力对产品造成的损伤,也减少了试验费用,节约了试验成本。

#### 参考文献:

- [1] 樊世超, 冯咬齐. 多维动力学环境模拟试验技术研究 [J]. 航天器环境工程, 2006, 23(1): 23-28.
- [2] 贺旭东, 陈怀海, 申凡, 等. 多点简谐振动响应控制下的频响矩阵测试[J].航空学报, 2006, 27(5): 869-872.
- [3] PATE J, TESSIER E D. Multi Shaker Testing of Laege Test Specimen[C]// Proc 62nd Shock Vib. Symp,1991.
- [4] 陈循, 温森. 多轴随机激励振动控制技术研究[J]. 国防 科技大学学报, 2000, 22(1): 65-68.
- [5] 张晓洁,李政. 一种基于振动应力变换的加速试验方法研究[J]. 电子产品可靠性与环境试验,2015,33(1):20-23
- [6] 刘学良, 翟国栋, 梁子豪. 基于 Workbench 研究变位系 数对齿轮振动特性的影响[J]. 包装工程, 2016, 37(15): 156-161.
- [7] 高贵福, 王刚, 赵保平. 一种新的多维随机振动试验控

- 制算法一矩阵微分法[J]. 强度与环境, 2008, 35(5): 38-42
- [8] 陈章位,周建川,陈家焱. 多轴振动试验控制技术研究 [J]. 汽车零部件, 2010(8): 73-75.
- [9] 贺旭东, 陈怀海. 一种多点随机振动试验控制的新方法研究[J]. 振动工程学报, 2004, 17(1): 49-52.
- [10] 吴家驹, 荣克林. 多维振动环境试验方法[J]. 导弹与航 天运载技术, 2003(4): 27-32.
- [11] 赵保平, 王刚, 高贵福. 多输入多输出振动试验应用综 述[J]. 装备环境工程, 2006, 3(3): 25-32.
- [12] 马红卫. 随机振动试验中确定控制点布置方案的方法 [J]. 电子产品可靠性与环境试验, 2015, 33(3): 26-30.
- [13] SMALLWOOD D O. Multiple Shaker Random Control with Cross Coupling[C]// Proceedings of the IES, 1978.
- [14] 王光芦, 徐明. 飞机外挂可靠性试验中 MIMO 振动响 应控制仿真研究[J]. 航天器环境工程, 2009, 26(1): 51-55.