专题——导弹武器系统精度分析与评估

# 一种基于离心机试验辨识惯导 平台误差系数的方法

# 许永飞,张士峰

(国防科技大学 航天科学与工程学院,长沙 410073)

摘要:针对离心机试验中惯导平台误差系数辨识问题,提出了一种基于谐波分析辨识误差系数的方法。首 先,根据惯性器件误差模型推导了离心机试验下陀螺和加速度计的输出方程,其输出由各阶谐波分量构成。 然后通过傅里叶分析得到各项谐波的幅值。最后根据谐波幅值与各项误差系数之间的关系反解得到各项误 差系数。仿真结果验证了方法的有效性。 关键词:惯导平台;离心机试验;误差系数辨识;傅里叶分析 DOI: 10.7643/issn.1672-9242.2018.01.001

中图分类号: TJ01; V448.12 文献标识码: A

文章编号: 1672-9242(2018)01-0001-05

# A Method for Identifying Error Coefficients of Inertial Navigation Platform in Centrifuge Test

XU Yong-fei, ZHANG Shi-feng

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**ABSTRACT:** In allusion to identification of error coefficients for inertial navigation platform in centrifuge test, a method based on Fourier analysis was proposed. Firstly, output equation of gyro and accelerometer in centrifuge test was derived according to the error model for inertial device. The output was composed of different order harmonics. Then, the amplitude of each order harmonic was obtained by Fourier analysis. Finally, the error coefficients were obtained based on the relationship between harmonic amplitude expressions and error coefficients. The simulation results show that the proposed method is effective.

KEY WORDS: inertial navigation platform; centrifuge test; identification of error coefficients; Fourier analysis

精度是弹道导弹最重要的战技指标,弹道导弹的 毁伤效果与精度的平方成正比,当精度提高 10 倍时, 毁伤效果可以提高 100 倍。有很多因素会影响弹道导 弹的精度,如弹上的导航设备——惯导平台的工具误 差、导弹采用的制导方法引起的误差、地球引力场模 型带来的误差、大气扰动误差等,在这多种多样的误 差因素中,惯导平台工具误差起最重要的作用。研究 结果表明:约有 60%~80%的命中误差是由惯导平台 工具误差造成的<sup>[1]</sup>。为了有效提高弹道导弹的命中精 度,需要设计合理的试验来辨识惯导平台的各项工具 误差系数,从而对导航结果进行补偿。目前,关于利 用地面试验来辨识惯导平台误差系数的研究已比较 多,形成了静态多位置法<sup>[2-3]</sup>和连续翻滚法<sup>[4-5]</sup>这两大 类方法。这两类方法大都是在 1g 重力场下进行的, 受到外施加速度大小的限制,在这样的环境下与加速 度二次方、三次方等相关的误差系数的激励较小,导 致这些误差系数的辨识精度不够理想,这成为惯导平 台误差系数辨识中的难点问题<sup>[6]</sup>。因此,为了进一步

收稿日期: 2017-10-21; 修订日期: 2017-11-18

作者简介:许永飞(1988-),男,河南禹州人,博士,主要研究方向为飞行器动力学导航与控制。

通讯作者:张士峰(1971-),男,河南辉县人,教授,主要研究方向为飞行器总体设计。

提高惯导系统的导航精度,需要设计高过载环境下的 试验来辨识惯导平台中与加速度高次方相关的误差 系数。离心机通过旋转能够提供比较大的向心加速 度,研究基于离心机试验的惯导平台误差系数辨识方 法,从而精确辨识出 1g 重力场试验无法辨识的误差 系数,对于进一步提高惯导平台的导航精度具有重要 意义。

文中提出了一种适用于离心机试验的惯导平台 误差系数辨识方法。具体来讲,首先采用傅里叶变换 对加速度计和陀螺仪输出进行处理得到各阶谐波的 幅值,然后根据谐波幅值与误差系数之间的关系计算 得到各项误差系数。仿真结果表明,采用该方法能够 精确地辨识出惯导平台的各项误差系数。

# 1 相关坐标系与数学模型

### 1.1 基本坐标系与转换关系

为了精确计算惯导平台受到的外施加速度,在离 心机试验中需要用到下面这些右手直角坐标系:

1)导航坐标系(n系):将原点选在平台基座中 心, x<sub>n</sub>轴位于当地水平面内且平行于东向, y<sub>n</sub>轴位于 当地水平面内,指向北, z<sub>n</sub>轴由右手法则确定,事实 上 n 系取为"东-北-天"坐标系。

2) 平台坐标系 (p 系): 原点位于平台中心,  $x_p$ 轴平行于 x 加速度计的敏感轴;  $y_p$ 轴位于 x, y 加速 度计敏感轴确定的平面内并与  $x_p$ 轴垂直;  $z_p$ 轴由右手 法则确定。

3)加速度计坐标系(ai 系, i=x,y,z):原点在 i 加速度计中心,各坐标轴分别平行于 i 加速度的输 入轴 I、自摆轴 P 轴、输出轴 P 轴。根据前面的定 义可以看出 ax 系与 p 系平行; ay 系与 p 系之间存 在 1 个不对准角; az 系与 p 系之间存在 2 个不对准 角。假设不对准角均为小角度,根据小角度假设理 论,有:

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{ax}} = \boldsymbol{I}_{3} \tag{1}$$

$$C_{\rm p}^{\rm ay} = \begin{bmatrix} \theta_{\rm py} & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ -1 & \theta_{\rm py} & 0 \end{bmatrix}$$
(2)

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{a}z} = \begin{bmatrix} \theta_{\mathrm{p}z} & \theta_{\mathrm{o}z} & 1\\ 0 & 1 & -\theta_{\mathrm{o}z}\\ -1 & 0 & \theta_{\mathrm{p}z} \end{bmatrix}$$
(3)

式中: $I_3$ 表示 3 阶单位矩阵; $\theta_{py}$ , $\theta_{pz}$ , $\theta_{oz}$ 分别 表示三个不对准角。

4) 陀螺仪坐标系 (gi 系, i=x,y,z): 原点位于 i 陀螺仪的中心,各坐标轴分别平行于 i 陀螺仪的输入 轴 I 轴、输出轴 O 轴,输出轴 S 轴。由定义可知, 陀 螺仪坐标系 gi 与平台坐标系 p 之间存在 2 个不对准 角。与加速度计类似,有:

$$C_{p}^{gx} = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta_{ox} & -\Delta_{xx} \\ -\Delta_{xx} & 0 & -1 \\ \Delta_{ox} & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
(4)

$$C_{\rm p}^{\rm gy} = \begin{bmatrix} \Delta_{oy} & 1 & -\Delta_{sy} \\ 0 & -\Delta_{sy} & -1 \\ -1 & \Delta_{oy} & 0 \end{bmatrix}$$
(5)

$$C_{p}^{gz} = \begin{bmatrix} \Delta_{yz} & -\Delta_{oz} & 1\\ 1 & 0 & -\Delta_{sz}\\ 0 & 1 & \Delta_{oz} \end{bmatrix}$$
(6)

5)离心机主轴坐标系(t系):原点位于离心机 主轴轴线与转臂轴线的交点,*x*t轴的指向与离心机转 臂方向一致,*y*t轴在离心机转臂旋转平面内与*x*t轴垂 直,*z*t轴由右手法则确定。t系随离心机一起旋转。 初始时刻假设初 t系与 n 系各坐标轴指向一致。

6)离心机反转平台坐标系(d系):原点位于离 心机反转平台中心,各坐标轴的指向与t系中各轴的 指向一致。d系是一个动系,随反转台一起旋转。

7)平台基座坐标系(r系):平台基座置于反转 台上,r系原点在基座中心,各坐标轴分别平行于 d 系相应的坐标轴。

通过三个框架的旋转,可以使 p 系与 r 系平行, 二者之间的转换关系为:

$$\boldsymbol{C}_{r}^{p} = \boldsymbol{R}_{y}(\gamma)\boldsymbol{R}_{z}(\beta)\boldsymbol{R}_{x}(\alpha)$$
(7)

式中:  $\mathbf{R}_{j}(\cdot)(j = x, y, z)$ 表示绕 *j* 轴的基本旋转矩阵;  $\alpha$ ,  $\beta$ , *y* 表示三次旋转的欧拉角。

## 1.2 外施加速度的计算

在计算外施加速度之前,给出各坐标系的坐标原 点之间的相对位置关系,具体如图1所示。



图 1 坐标原点之间的相对位置关系

根据相关运算法则, 矢量 **R**<sub>ij</sub> 在 k 系下的二阶导数可以表示为:

$$\frac{\mathrm{d}^{2}\boldsymbol{R}_{ij}}{\mathrm{d}t^{2}}\bigg|_{k} = \frac{\mathrm{d}^{2}\boldsymbol{R}_{ij}}{\mathrm{d}t^{2}}\bigg|_{l} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_{kl}}{\mathrm{d}t}\bigg|_{k} \times \boldsymbol{R}_{ij} + 2\boldsymbol{\omega}_{kl} \times \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{R}_{ij}}{\mathrm{d}t}\bigg|_{l} + \boldsymbol{\omega}_{kl} \times (\boldsymbol{\omega}_{kl} \times \boldsymbol{R}_{ij})$$

$$(8)$$

由式(8)及图 1 中的矢量关系,并且认为  $R_{nt} = R_{dr} = 0$ ,可以得到基座承受的外施加速度为:

$$A_{ir} = \omega_{nt} \times (\omega_{nt} \times \boldsymbol{R}_{th}) + 2\omega_{in} \times (\omega_{nt} \times \boldsymbol{R}_{th}) - g \qquad (9)$$

式中: $\omega_{nt}$ 代表 t 系相对于 n 系的角速度; g 代表 当地重力加速度。 假设离心机的角速度大小为  $\omega_c$ ,转臂的有效臂 长为  $r_0$ ,则平台受到的外施加速度在基座系下的投影 为:

$$\boldsymbol{A}_{ir}^{r} = \begin{bmatrix} -\omega_{c}^{2}r_{o}\cos(\omega_{c}t) \\ -\omega_{c}^{2}r_{o}\sin(\omega_{c}t) \\ g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2\omega_{c}r_{o}\Omega_{D}\cos(\omega_{c}t) \\ -2\omega_{c}r_{o}\Omega_{D}\sin(\omega_{c}t) \\ 2\omega_{c}r_{o}\Omega_{N}\sin(\omega_{c}t) \end{bmatrix}$$
(10)

式中:  $\Omega_D$ 表示地球自转角速度沿  $z_n$ 方向的分量;  $\Omega_N$ 表示地球自转角速度沿  $y_n$ 方向的分量。可以看出 外施加速度由三部分构成:一是重力加速度的作用; 二是向心加速度的作用;三是平台运动与地球自转耦 合产生的科氏加速度。

## 1.3 陀螺仪误差模型

根据参考文献[7], 以 x 陀螺仪为例, 其误差模型 可以写成:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{x} = D_{Fx} + D_{Ix}A_{GxI} + D_{Ox}A_{GxO} + D_{Sx}A_{GxS} + D_{IIx}A_{GxI}^{2} + D_{OOx}A_{GxO}^{2} + D_{SSx}A_{GxS}^{2} + D_{IOx}A_{GxI}A_{GxO} + D_{ISx}A_{GxI}A_{GxS} + D_{OSx}A_{GxO}A_{GxS}$$
(11)

式中: *D<sub>Fx</sub>* 表示常值漂移; *D<sub>Ix</sub>*, *D<sub>Ox</sub>*, *D<sub>Sx</sub>* 表示与加速度一次方有关的误差系数; *D<sub>IIx</sub>*, *D<sub>OOx</sub>*, *D<sub>SSx</sub>* 表示与加速度二次方有关的误差系数; *D<sub>IOx</sub>*, *D<sub>ISx</sub>*, *D<sub>OSx</sub>* 表示两个方向加速度耦合作用的误差系数; *A<sub>Gx</sub>*, *A<sub>Gx0</sub>*, *A<sub>Gx5</sub>*, 表示沿 x 陀螺仪 I 轴、O 轴、S 轴的外施加速度, 由式(12) 计算

$$\begin{bmatrix} A_{GiI} & A_{GiO} & A_{GiS} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{g}i} \boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{p}} \boldsymbol{A}_{i\mathrm{r}}^{\mathrm{r}}$$
(12)

#### 1.4 加速度计误差模型

根据参考文献[7], 以 z 加速度计为例, 其误差模型可以表示成:

$$A_{z} = k_{0z} + (1 + k_{1z})A_{AzI} + k_{2z}A_{AzI}^{2} + k_{3z}A_{AzI}^{3} + k_{IPz}A_{AzI}A_{AzP}$$
(13)

式中: k<sub>02</sub> 表示常值误差; k<sub>12</sub> 表示刻度因子误差 (与加速一次方相关的误差系数); k<sub>22</sub> 表示与加速度 二次方相关的误差系数; k<sub>32</sub> 表示与加速度三次方相 关的误差系数; k<sub>1P2</sub> 表示交叉非线性系数; A<sub>421</sub>, A<sub>42P</sub> 表 示沿 z 加速度计 I 轴、P 轴的比力,由式(14)计算:

 $\begin{bmatrix} A_{AiI} & A_{AiP} & A_{AiO} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{a}i} \boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{p}} \boldsymbol{A}_{i\mathrm{r}}^{\mathrm{r}}$ (14)

## 2 误差系数辨识原理

#### 2.1 加速度计误差系数辨识原理

通过框架的旋转(改变  $C_r^p$ ),惯导平台中的三个 加速度计可以依次处于相同的位置,而且由于 z 加速 度计存在两项安装误差,因此这里以 z 加速度计为例 进行说明。外施加速度在 z 加速度计坐标系中的投影 为:

$$\left[A_{AzI}, A_{AzP}, A_{AzO}\right]^{\mathrm{T}} = C_{\mathrm{p}}^{\mathrm{a}z} C_{\mathrm{r}}^{\mathrm{p}} A_{i\mathrm{r}}^{\mathrm{r}}$$
(15)

限制平台绕 x, z 方向的转动,即令  $\alpha = \beta = 0$ ,由 于科氏加速度与向心加速度相比是小量,这里略去科 氏加速度与安装误差的乘积项(二阶小量),将外施 加速度的单位取为 g,得到:

$$A_{AzI} = \cos \gamma - \theta_{pz} \sin \gamma - (A + A_1) \sin \gamma \cos(\omega_c t) + A_2 \cos \gamma \sin(\omega_c t) - A\theta_{oz} \sin(\omega_c t) - A\theta_{pz} \cos \gamma \cos(\omega_c t) \quad (16)$$
$$A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{oz} \cos \gamma - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{dz} \cos \varphi - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{dz} \cos \varphi - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dzP} = -\theta_{dz} \cos \varphi - (A_1 + A) \sin(\omega_c t) + A_{dz} = -\theta_{dz} \cos \varphi - (A_1 + A)$$

$$A\theta_{oz}\sin\gamma\cos(\omega_c t) \tag{17}$$

其中:

$$\begin{aligned} A &= \omega_c^2 r_0 / g \\ A_1 &= 2\omega_c r_o \Omega_D / g \\ A_2 &= 2\omega_c r_o \Omega_N / g \end{aligned}$$
 (18)

将式(16)—(17)带入 z 加速度计的输出方程,略 去二阶及以上小量,得到输出方程:

$$A_{z} = k_{0} + k_{1sz} \sin(\omega_{c}t) + k_{1cz} \cos(\omega_{c}t) + k_{2sz} \sin(2\omega_{c}t) + k_{2cz} \cos(2\omega_{c}t) + k_{3cz} \cos(3\omega_{c}t)$$
(19)

式中:
$$k_0, k_{1sz}, k_{1cz}, k_{2sz}, k_{2cz}, k_{3cz}$$
表示各项谐波的幅  
值,其与各阶误差系数之间的关系为:

$$k_0 = k_{0z} - \theta_{zz} \sin \gamma + \cos \gamma + k_{1z} \cos \gamma +$$

$$k_{2z}\cos^{2}\gamma + k_{3z}\cos^{3}\gamma + \frac{k_{2z}A^{2}\sin^{2}\gamma - 3k_{3z}A^{2}\sin^{2}\gamma\cos\gamma}{2}$$
(20)

$$k_{1sz} = A_2 \cos \gamma - A\theta_{oz} - k_{ipz} A \cos \gamma$$
(21)

$$k_{1cz} = -(A + A_1)\sin\gamma - A\theta_{pz}\cos\gamma - k_{1z}A\sin\gamma +$$

$$k_{2z}A\sin 2\gamma - 3Ak_{3z}\sin \gamma \cos^2 \gamma - \frac{3k_{3z}A^3\sin^3 \gamma}{4}$$
(22)

$$k_{2sz} = \frac{k_{ipz}A^2 \sin \gamma}{2} \tag{23}$$

$$k_{2cz} = \frac{k_{2z}A^2 \sin^2 \gamma - 3k_{3z}A^2 \sin^2 \gamma \cos \gamma}{2}$$
(24)

$$k_{3cz} = -\frac{k_{3z}A^3 \sin^3 \gamma}{4}$$
(25)

获得加速度计的具体输出结果后各项谐波的幅值 可以根据傅里叶分析的方法得到。设一周采集 n 点数 据,用 A<sub>i</sub>表示 z 加速度计在第 i 个点的输出,则有:

$$k_{0} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} A_{z,i}$$

$$k_{1sz} = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^{n-1} A_{z,i} \sin \frac{2\pi i}{n}$$

$$k_{1cz} = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^{n-1} A_{z,i} \cos \frac{2\pi i}{n}$$

$$k_{2sz} = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^{n-1} A_{z,i} \sin \frac{4\pi i}{n}$$

$$k_{2cz} = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^{n-1} A_{z,i} \cos \frac{4\pi i}{n}$$

$$k_{3cz} = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^{n-1} A_{z,i} \cos \frac{6\pi i}{n}$$
RB 据式(20)—(26), 可以构造加速度计各项误差

系数与各阶谐波幅值之间的线性方程,通过合理设计 γ角,使方程满秩,然后求解得到误差系数的估计结 果。事实上,可以直接根据式(20)—(25)设计合理的 位置来得到各项误差系数,具体步骤如下:

1) 令 
$$\gamma = 0$$
,根据式(22)得到:  
 $\theta_{pz} = -k_{1cz,0}/A$  (27)  
其中  $k_{1cz,i}$ 表示  $\gamma = \pi/4 \cdot i$  时一阶余弦波的幅值。  
2) 令  $\gamma = \pi/2$ ,分别由式(21)、(23)—(25)得到:  
 $\theta_{oz} = -k_{1sz,2}/A$   
 $k_{ipz} = 2k_{2sz,2}/A^2$  (28)  
 $k_{3z} = -4k_{3cz,2}/A^3$ 

其中 $k_{1sz,i}$ ,  $k_{2sz,2}$ ,  $k_{2cz,2}$ ,  $k_{3cz,2}$ 分别表示 $\gamma = \pi/4 \cdot i$ 时一阶正弦波、二阶正弦波、二阶余弦波及三阶余弦波的幅值。

$$k_{0z} + k_{1z} + k_{2z} + k_{3z} = k_{0,0} - 1$$
  

$$k_{0z} - k_{1z} + k_{2z} - k_{3z} = k_{0,4} + 1$$
(29)

其中 $k_{0,i}$ 表示 $\gamma = \pi/4 \cdot i$ 时谐波中的常值分量。由式(29)得到:

$$k_{0z} = \frac{k_{0,0} + k_{0,4}}{2} - k_{2z}$$

$$k_{1z} = \frac{k_{0,0} - k_{0,4} - 2}{2} - k_{3z}$$
(30)

#### 2.1 陀螺误差系数辨识原理

与辨识加速速度计误差系数的原理类似,这里以 x 陀螺为例进行说明。需要说明的是陀螺仪安装误差 需要在较大的指令角速度下才能得到激励,在文中的 标定试验中指令角速度为 0,因此不考虑安装误差。 角速度在 x 陀螺各轴上的分量为:

$$\begin{bmatrix} \omega_{lx} & \omega_{0x} & \omega_{3x} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}^{gx} \boldsymbol{C}_{r}^{p} \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{\Omega}_{N} & \boldsymbol{\Omega}_{D} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(31)  

$$\boldsymbol{M} \hat{\boldsymbol{m}} \hat{\boldsymbol{m}} \hat{\boldsymbol{p}} \hat{\boldsymbol{p}} \hat{\boldsymbol{r}} \hat{\boldsymbol{r}} \hat{\boldsymbol{r}} \hat{\boldsymbol{s}} \hat{\boldsymbol{s}}$$

$$\begin{bmatrix} A_{GxI} & A_{GxO} & A_{GxS} \end{bmatrix}^{T} = C_{p}^{gx} C_{r}^{p} A_{ir}^{r}$$
(32)  
由式(11)、(31)—(32)得到 x 陀螺的输出为:

$$\omega_x = \omega_{lx} + \varepsilon^x = \omega_{0x} + \omega_{lsx} \sin(\omega_c t) +$$

$$\omega_{1cx}\cos(\omega_c t) + \omega_{2sx}\sin(2\omega_c t) + \omega_{2cx}\cos(2\omega_c t)$$
(33)

式中:  $\omega_{0x}$ ,  $\omega_{lxx}$ ,  $\omega_{lcx}$ ,  $\omega_{2xx}$ ,  $\omega_{2cx}$  分别表示各阶谐波的 幅值。与估计加速度计误差系数类似, 通过构造谐波 幅值与误差系数之间的线性方程来得到各项误差系 数的估计结果。需要指出的是, 文献[8]表明陀螺误差 系数之间存在冗余, 需要离心机两次分别提供不同的 向心加速度来解决这一问题。

# 3 仿真分析

设离心机的旋转角速度为 $\omega_c = \pi$  rad/s,离心机半 径 $r_0 = 10g/\omega_c^2$ ,惯导平台采样频率为1000 Hz,地球

自转角速度为 7.292×10<sup>-5</sup> rad/s,当地纬度为 29.89°。 表 1 给出了加速度计各项误差系数的仿真真值及单 位,表 2 给出了不同位置下各阶谐波的幅值。

表 1 加速度计各项误差系数真值

误差系数	真值
$k_{0z}$	$6.310 \times 10^{-3} g$
$k_{1z}$	$-1.1 \times 10^{-3}$
$k_{2z}$	$1.2 \times 10^{-5}/g$
$k_{3z}$	$3 \times 10^{-6} / g$
$k_{_{I\!P\!z}}$	$5 \times 10^{-6}/g$
$ heta_{\scriptscriptstyle pz}$	0.001 478 rad
$ heta_{\scriptscriptstyle oz}$	0.001 26 rad

表 2 各项谐波的幅值

γ	0	2 π/4	4 π/4
$k_0$	1.0052	0.0054	-0.9926
$k_{1sz}$	-0.0122	-0.0126	-0.0129
$k_{1cz}$	-0.0148	-9.9915	0.0148
$k_{2sz}$	$8.8199 \times 10^{-7}$	$2.5186 \times 10^{-4}$	$-7.3637 \times 10^{-7}$
$k_{2cz}$	$-7.9004 \times 10^{-7}$	$5.9847 \times 10^{-4}$	$-7.5032 \times 10^{-8}$
$k_{3cz}$	$-3.4837 \times 10^{-7}$	$-7.5026 \times 10^{-4}$	$1.3889 \times 10^{-7}$

由表2可以得到:

 $\begin{aligned} \theta_{pz} &= -k_{1cz,0} / A = 0.00148\\ \theta_{oz} &= -k_{1sz,2} / A = 0.00126\\ k_{ipz} &= 2k_{2sz,2} / A^2 = 5.0372 \times 10^{-6} / g\\ k_{2z} &= 2k_{2cz,2} / A^2 = 1.19694 \times 10^{-5} / g\\ k_{3z} &= -4k_{3cz,2} / A^3 = 3.0010 \times 10^{-6} / g^2\\ k_{0z} &= \frac{k_{0,0} + k_{0,4}}{2} - k_{2z} = 6.3 \times 10^{-3} g\\ k_{1z} &= \frac{k_{0,4} - k_{0,0} + 2}{2} - k_{3z} = -1.097 \times 10^{-3} g \end{aligned}$ 

将上面的计算结果与误差系数的真值对比可以 看出,采用文中提出的方法能够很好地辨识加速度计 各项误差系数且具有很高的精度。

对于陀螺误差系数,采用类似的方法,分别以角 速率 $\omega_{c1} = \pi \operatorname{rad/s}, \omega_{c2} = 2\pi \operatorname{rad/s}$ 进行旋转。表 3 给出 了 x 陀螺误差系数辨识结果。

表 3 陀螺误差系数辨识结果

误差系数	真值	辨识结果
$D_{Fx}/(^{\circ}\cdot \mathbf{h}^{-1})$	7.3701	7.3825
$D_{Ix}/(^{\circ}\cdot \mathbf{h}^{-1})$	1.0830	1.0864
$D_{Ox}/(^{\circ}\cdot \mathbf{h}^{-1})$	1.0830	1.0825
$D_{Sx}/(\circ \cdot \mathbf{h}^{-1})$	1.0830	1.0900
$D_{IIx}/(^{\circ}\cdot \mathbf{h}^{-1})$	0.0602	0.0605
$D_{OOx}/(^{\circ}\cdot \mathrm{h}^{-1})$	0.0753	0.0755
$D_{SSx}/(\circ \cdot \mathbf{h}^{-1})$	0.0902	0.0900
$D_{IOx}/(^{\circ}\cdot h^{-1})$	0.0451	0.0450
$D_{ISx}/(\circ \cdot \mathbf{h}^{-1})$	0.0451	0.0454
$D_{OSx}/(^{\circ}\cdot h^{-1})$	0.0451	0.0454

从表 3 中可以看出, 采用文中提出的方法可以辨 识陀螺的各项误差系数, 且具有很高的辨识精度。

## 4 结论

针对基于离心机试验来辨识惯导平台各项误差 系数的问题,提出了一种基于傅里叶分析计算各项误 差系数的方法。该方法可以辨识加速度计与陀螺仪的 全部误差系数,且具有很高的辨识精度。另外与传统 的基于 Kalman 滤波的辨识方法相比,该方法运算量 小,简单易行。

#### 参考文献:

- [1] 张金槐. 远程火箭精度分析与评估[M]. 长沙: 国防科 技大学出版社, 1995.
- [2] 肖正林, 钱培贤, 徐军辉. 三轴平台快速自标定与自对 准方法探讨[J]. 宇航学报, 2006, 27(2): 222-226.

- [3] 曹渊,张士峰,杨华波,等.惯导平台误差快速自标定 方法[J]. 宇航学报,2011,32(6):1281-1287.
- [4] CAO Y, CAI H, ZHANG S F, et al. A New Continuous Self-calibration Scheme for a Gimbaled Inertial Measurement Unit[J]. Measurement Science and Technology, 2012, 23(1): 015103.1-12.
- [5] 丁智坚, 蔡洪, 杨华波, 等. 浮球式惯性平台连续翻滚 自标定自对准方法[J]. 国防科技大学学报, 2015, 37(3):148-154.
- [6] WANG H G, WILLIAMS T C. Strategic Inertial Navigation Systems-high-accuracy Inertially Stabilized Platforms for Hostile Environments[J]. IEEE Control Systems, 2008, 28(1): 65-85.
- [7] Frazier J. Hellings. Application of Extended Kalman Filtering to a Dynamic Laboratory Calibration of an Inertial Navigation System[R]. AD763718, 1973.
- [8] 唐江河,付振宪,邓正隆.基于灵敏度分析的惯导平台 参数分步辨识方法[J]. 宇航学报, 2008, 29(6): 1845-1851.