

基于方位轴旋转的平台惯导系统对准策略研究

曹渊, 唐雪梅, 王月平

(陆军武器装备体系国防科技重点实验室, 北京 100012)

摘要: **目的** 解决平台惯导静基座自对准精度受到平台转位、锁定及惯性仪表误差影响的问题。**方法** 提出一种绕方位轴变速旋转的平台惯导连续自对准方法。该方法基于平台按照方位陀螺力矩指令绕方位轴变速旋转, 采集水平陀螺的力矩电流输出信息估计平台失准角及仪器误差系数。通过输出灵敏度理论对系统的可观测度进行分析后, 采用建立虚拟平台系的参数估计方案使得方位失准角估计精度得到提高。**结果** 当测量噪声为 $0.01(^{\circ})/h(1\sigma)$, 方位失准角对准精度在 $10''$ 以内, 对准过程可以在 10 min 内完成。**结论** 该方案及算法使惯导平台静基座自对准精度得到显著提高。

关键词: 平台惯导; 连续旋转; 自对准; 输出灵敏度; 虚拟平台系

DOI: 10.7643/issn.1672-9242.2018.01.004

中图分类号: TJ04; TB332

文献标识码: A

文章编号: 1672-9242(2018)01-0015-08

Alignment of Platform INS Based on Rotation of Azimuth Axis

CAO Yuan, TANG Xue-mei, WANG Yue-ping

(Science and Technology on Complex Land Systems Simulation Laboratory, Beijing 100012, China)

ABSTRACT: Objective To solve issues that the accuracy of self-alignment of platform inertial navigation system (INS) on stationary base is affected by the platform rotation, locking and inertial sensor error. **Methods** A new self-alignment method was presented based on rotating the platform around its azimuth with time varying angular rate. According to the command of torque from azimuth gyro, platform was rotated and the information of gyro torque current from horizon gyros was used to estimate the platform misalignments. Through analyzing the system's observability by the output sensitivity theory, accuracy of azimuth misalignment estimation was augmented by introducing the pseudo platform frame. **Results** Under gyro measurement noise of $0.01(^{\circ})/h(1\sigma)$, the estimation error of azimuth misalignment was within 1 second (arc), and the alignment could be accomplished within 10 minutes. **Conclusion** The scheme and algorithms improve alignment accuracy of the inertial navigation platform static base significantly.

KEY WORDS: platform INS; continuous rotation; self-alignment; output sensitivity; pseudo platform frame

平台惯导系统作为一种高精度惯性导航设备,广泛应用于飞机、导弹、舰船等各类运载器。平台惯导系统的初始对准误差是影响其导航性能的主要误差源之一。目前在静基座情形下,平台惯导的对准方式主要有光学瞄准、陀螺罗盘式对准和基于加速度计的

多位置对准。由于平台惯导系统具有自调平与自锁定的功能,因此采用后两种方案进行惯导系统的自对准一直受到广泛关注。目前常用的平台罗盘对准方式为两位置和多位置罗盘对准方案^[1-2]。罗盘对准方案主要受陀螺随机漂移、安装误差、比例因子以及转位及

锁定误差的影响,因此对准精度受到了限制。采用平台连续旋转完成对准可以避免受到转位及锁定误差的影响^[3],但是采用加速度计输出作为测量信息时,不仅会引入加速度计误差,而且降低了系统的可观测度,这使得陀螺比例因子等误差系数难以估计,影响了对准精度。通过建立较为完备的仪器误差模型,并进行平台多轴旋转^[4-5]可以有效解决这一问题,但是由于需要估计出多项误差系数,因此对准时间很长,难以满足平台惯导系统快速反应的实际要求。

针对上述问题,文中提出了一种平台惯导绕方位轴变转速旋转的罗盘式连续自对准方案。该方案充分利用了通过平台连续旋转得到的陀螺输出信息,并且采用变转速方案提高了系统的可观测度。为了提高平台对准精度,还对平台惯导对准中的最佳观测空间进行了分析。由于传统的基于分段线性定常理论(PWCS)和奇异值理论的可观测性分析方法^[6-10]难以确定提高对准精度的最佳观测空间,引入了输出灵敏度理论^[11]对误差系数的输出灵敏度进行了分析。利用该分析结果设计出一种进一步提高对准精度的方案,并通过仿真验证了文中所提出的对准方案的优越性。

1 旋转对准方案设计

方位轴旋转自对准方案主要利用了惯性平台的伺服反馈回路和力矩反馈回路。伺服反馈回路是指陀螺仪将敏感的角速度信息输出至框架轴力矩器,通过框架旋转平衡陀螺仪所敏感的角速度信息。在伺服反馈回路中,陀螺仪的主要作用是敏感角速度信息。力矩反馈回路是指陀螺仪将敏感的角速度信息输出至自身的力矩器回路,产生绕输入轴的进动角速度,采用力矩反馈来平衡所敏感的角速度信息。力矩反馈回路中可输出力矩电流信息,由于力矩电流可以反映陀螺仪误差信息,因此该回路可用于陀螺仪误差系数的标定。

借鉴上述两类回路的特点,设计了一种基于平台方位轴旋转的对准方案。其主要思想是将调平后的惯性平台的方位回路切换至伺服反馈状态,将其他两条回路切换至力矩反馈状态。然后将加矩旋转指令信息馈入方位回路,使惯性平台绕方位轴旋转,并采集其他两条回路的电流输出信息。最后对采集数据进行处理,完成对准后将三条回路切换至导航状态。具体步骤如图1所示。

该方案相较于传统的多位置罗盘对准方案具有以下优点:不需要进行多次调平锁定,可以减少对准时间并降低各类物理量给对准精度带来的影响;可充分利用平台旋转信息,提高平台失准角的可观测度。

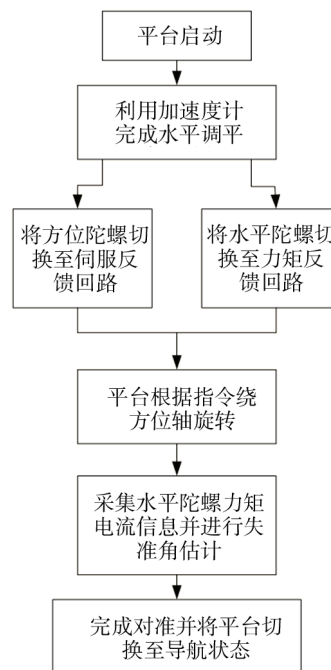


图1 惯导平台方位旋转对准流程

2 系统模型分析

2.1 坐标系定义

文中所需要定义的坐标系包括导航坐标系(n系)、平台系(p系)和理想平台系(c系)。其中导航坐标系的定义与北天东地理系相类似,理论平台系与导航系之间的关系可以用平台方位角 A_t 表示:

$$C_n^c = \begin{bmatrix} \cos A_t & 0 & \sin A_t \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin A_t & 0 & \cos A_t \end{bmatrix} \quad (1)$$

理想平台系与实际平台之间通过三个失准角 φ_x , φ_y 和 φ_z 相联系:

$$C_p^c = \begin{bmatrix} 1 & \varphi_z & -\varphi_y \\ -\varphi_z & 1 & \varphi_x \\ \varphi_y & -\varphi_x & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

一般情况下平台系可以选取平台仪器某敏感轴作为基准,如果选取加速度计的输入轴^[5]作为基准轴 OX_p ,建立平台系统的基准坐标系 $OX_pY_pZ_p$ 如图2所示。 OX_p 轴与 X 加速度计的输入轴重合, OY_p 轴与 OX_p 轴垂直位于 X 加速度计输入轴和 Y 加速度计输入轴确定的平面内, OZ_p 轴垂直于 OX_pY_p 平面。其中 θ_{oy} , θ_{pz} 和 θ_{oz} 为加速度计的安装误差。如果选取的基准轴为陀螺仪某轴,则定义与之类似。为了方便讨论陀螺仪安装误差对平台对准精度的影响,初步选取图2所示的平台坐标系。

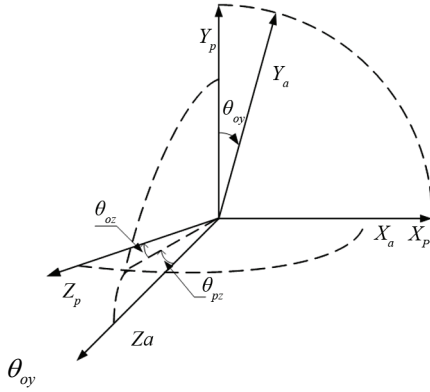


图 2 平台坐标系定义

2.2 系统动力学模型及观测模型

首先介绍旋转条件下平台系统失准角的动力学模型。地球自转角速度矢量在导航系中的分量为：

$$\boldsymbol{\omega}_e = \begin{pmatrix} \Omega \cos L \\ \Omega \sin L \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

式中： Ω 为地球自转角速度； L 为当地地理纬度。当平台绕方位轴旋转时，指令角速度在导航系下的投影为：

$$\boldsymbol{\omega}_{cmd} = \begin{pmatrix} 0 \\ \omega(t) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

则平台相对于惯性系的旋转角速度在理论平台系下的投影为：

$$\boldsymbol{\omega}_c = \mathbf{C}_n^c (\boldsymbol{\omega}_{cmd} + \boldsymbol{\omega}_e) = \begin{bmatrix} \cos A_t & 0 & \sin A_t \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin A_t & 0 & \cos A_t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Omega \cos L \\ \omega(t) + \Omega \sin L \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos A_t \Omega \cos L \\ \omega(t) + \Omega \sin L \\ -\sin A_t \Omega \cos L \end{bmatrix} \quad (5)$$

旋转角速度在平台系下的投影为：

$$\boldsymbol{\omega}_p = \mathbf{C}_c^p \boldsymbol{\omega}_c = \begin{bmatrix} 1 & \varphi_z & -\varphi_y \\ -\varphi_z & 1 & \varphi_x \\ \varphi_y & -\varphi_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos A_t \Omega \cos L \\ \omega(t) + \Omega \sin L \\ -\sin A_t \Omega \cos L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos A_t \Omega \cos L + \varphi_z (\omega(t) + \Omega \sin L) - \varphi_y (-\sin A_t \Omega \cos L) \\ \varphi_z \cos A_t \Omega \cos L + \omega(t) + \Omega \sin L + \varphi_x (-\sin A_t \Omega \cos L) \\ \varphi_y \cos A_t \Omega \cos L - \varphi_x (\omega(t) + \Omega \sin L) - \sin A_t \Omega \cos L \end{bmatrix} \quad (6)$$

只考虑陀螺仪零次项、陀螺仪力矩误差系数以及陀螺仪安装误差，则陀螺仪误差模型可以表示为：

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{gx} \\ \varepsilon_{gy} \\ \varepsilon_{gz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{g,x0} \\ k_{g,y0} \\ k_{g,z0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & \Delta_{sx} & -\Delta_{ox} \\ \Delta_{oy} & k_y & -\Delta_{py} \\ \Delta_{sz} & \Delta_{oz} & k_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{px} \\ \omega_{py} \\ \omega_{pz} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中： $\varepsilon_{gi}(i=x,y,z)$ 为陀螺仪的测量误差； $k_{gi}(i=x,y,z)$ 为陀螺仪的零偏； $k_i(i=x,y,z)$ 为陀螺仪力矩误差系数； $\Delta_{\alpha}, \Delta_{sx}, \Delta_{sy}, \Delta_{oz}, \Delta_{sx}$ 和 Δ_{oz} 分别为 x 陀螺、 y 陀螺和 z 陀螺的安装误差角； $\omega_{pi}(i=x,y,z)$ 为平台相对于惯性系的角速度。则平台姿态误差方程可以表示为：

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_x \\ \dot{\varphi}_y \\ \dot{\varphi}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \varphi_z & -\varphi_y \\ -\varphi_z & 0 & \varphi_x \\ \varphi_y & -\varphi_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{cx} \\ \omega_{cy} \\ \omega_{cz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_{gy} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

在式 (8) 中，由于文中在水平回路采用力矩反馈模式，平台水平姿态控制与陀螺仪信息无关，因此水平失准角的变化与水平陀螺的误差无直接关联。将式 (5) — (7) 代入式 (8)，可得失准角动力学模型：

$$\dot{\varphi}_x = \varphi_z (\omega(t) + \Omega \sin L) - \varphi_y (-\sin A_t \Omega \cos L) \quad (9)$$

$$\dot{\varphi}_z = \varphi_y \cos A_t \Omega \cos L - \varphi_x (\omega(t) + \Omega \sin L) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_y = & (1 + k_y) \left(-\Delta_{oy} \cos A_t \Omega \cos L + \Delta_{oy} \varphi_y (-\sin A_t \Omega \cos L) \right) + \\ & \varphi_z \cos A_t \Omega \cos L + \omega(t) + \Omega \sin L + \\ & \varphi_x (-\sin A_t \Omega \cos L) + \Delta_{sy} \varphi_y \cos A_t \Omega \cos L + \Delta_{sy} (-\sin A_t \Omega \cos L) \Big) - \\ & (\omega(t) + \Omega \sin L) \end{aligned} \quad (11)$$

式 (11) 可以改写为：

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_y = & k_{g0y} - \Delta_{oy} \cos A_t \Omega \cos L + \Delta_{oy} \varphi_y (-\sin A_t \Omega \cos L) + \\ & \varphi_z \cos A_t \Omega \cos L + \varphi_x (-\sin A_t \Omega \cos L) + \\ & \Delta_{sy} \varphi_y \cos A_t \Omega \cos L + \Delta_{sy} (-\sin A_t \Omega \cos L) + \\ & k_y \left(-\Delta_{oy} \cos A_t \Omega \cos L + \omega(t) + \Omega \sin L + \right. \\ & \left. \Delta_{sy} (-\sin A_t \Omega \cos L) \right) \end{aligned} \quad (12)$$

以上式 (9)、(10) 和 (12) 即构成了旋转对准方案中失准角的动力学模型。下面讨论基于水平陀螺的输出观测模型。 X 陀螺仪的电流观测模型可以表示为：

$$\begin{aligned} I_x = & (1 + k_x) (\cos A_t \Omega \cos L + \varphi_z (\omega_0 + \Omega \sin L) - \\ & \varphi_y (-\sin A_t \Omega \cos L) + \Delta_{sx} (\omega_0 + \Omega \sin L) - \\ & \Delta_{ox} (\varphi_y \cos A_t \Omega \cos L - \sin A_t \Omega \cos L)) + k_{g0x} \end{aligned} \quad (13)$$

则 X 陀螺仪的电流观测误差可以表示为：

$$\begin{aligned} \Delta I_x \approx & \varphi_z (\omega_0 + \Omega \sin L) - \varphi_y (-\sin A_t \Omega \cos L) + \\ & \Delta_{sx} (\omega_0 + \Omega \sin L) - \Delta_{ox} \left(\frac{\varphi_y \cos A_t \Omega \cos L - \sin A_t \Omega \cos L}{\sin A_t \Omega \cos L} \right) + \\ & k_x \left(\frac{\cos A_t \Omega \cos L - \varphi_y (-\sin A_t \Omega \cos L) + \Delta_{sx} (\omega_0 + \Omega \sin L)}{-\Delta_{ox} (\varphi_y \cos A_t \Omega \cos L - \sin A_t \Omega \cos L)} \right) + \\ & k_{g0x} \end{aligned} \quad (14)$$

Z陀螺仪的电流观测可以表示为:

$$I_z = (1 + k_z)(\Delta_{sz} \cos A_t \Omega \cos L - \Delta_{sz} \varphi_y (-\sin A_t \Omega \cos L) - \Delta_{oz} (\omega_0 + \Omega \sin L) + \varphi_y \cos A_t \Omega \cos L - \varphi_x (\omega_0 + \Omega \sin L)) + k_{g0z} \quad (15)$$

则 Z 陀螺仪的电流观测误差可以表示为:

$$\Delta I_z = \Delta_{sz} \cos A_t \Omega \cos L - \Delta_{sz} \varphi_y (-\sin A_t \Omega \cos L) - \Delta_{oz} (\omega(t) + \Omega \sin L) + \varphi_y \cos A_t \Omega \cos L - \varphi_x (\omega(t) + \Omega \sin L) + \quad (16)$$

$$k_z \left(\Delta_{sz} \cos A_t \Omega \cos L - \Delta_{oz} (\omega(t) + \Omega \sin L) + \varphi_y \cos A_t \Omega \cos L - \sin A_t \Omega \cos L \right) + k_{g0z}$$

式(14)和(16)即构成了旋转对准方案中的观测模型。为了便于分析系统的可观测性以及失准角的估计,下面给出动力学模型及观测模型的偏导数矩阵。将动力学方程统一表示为:

$$f(X) = [\dot{\varphi}_x \quad \dot{\varphi}_y \quad \dot{\varphi}_z \quad 0_{1 \times 12}]^T \quad (17)$$

其中 X 为所有待估变量:

$$X = [\varphi_x \quad \varphi_y \quad \varphi_z \quad k_x \quad k_y \quad k_z \quad k_{g0x} \quad k_{g0y} \quad k_{g0z} \quad \Delta_{sx} \quad \Delta_{sy} \quad \Delta_{sz} \quad \Delta_{ox} \quad \Delta_{oy} \quad \Delta_{oz}]^T \quad (18)$$

误差观测方程可以统一表示为:

$$h(X) = [\Delta I_x \quad \Delta I_y]^T \quad (19)$$

动力学方程的偏导数矩阵 $F(X) = \frac{\partial f(X)}{\partial X}$ 以及观测方程的偏导数矩阵 $H(X) = \frac{\partial h(X)}{\partial X}$ 的具体形式均在附录中给出。

3 系统的可观测性分析

3.1 分析理论

时变系统的可观测性分析理论通常采用 Goshen-Meskin 和 Bar-Itzhack^[6-7]提出的分段线性定常系统理论(PWCS),用提取的可观测性矩阵(SOM)代替复杂的总可观测矩阵(TOM)来分析,SOM 矩阵为:

$$Q_s(r) = [Q_1^T \quad Q_2^T \quad \dots \quad Q_r^T]^T \quad (20)$$

式中: $Q_i (i=1,2,\dots,r)$ 为第 i 时间段的可观性矩阵,可表示为:

$$Q_i = [H^T \mid (HF_i)^T \mid \dots \mid (HF_i^{n-1})^T]^T \quad (21)$$

利用 SOM 矩阵可以计算时变动态系统的秩,但是仅用矩阵秩判据,难以全面反映系统的可观测度问题。程向红^[8]等引入了可观测矩阵的奇异值来进一步分析系统的可观测度,并通过奇异值整体的大小来评估系统的可观测度。涉及到具体参数的可观测度的评

估问题,刘百奇等^[10]给出了一种参数可观测度归一化计算方法。上述方法推动了可观测性分析理论的发展,但是仍然存在一定的不足:提高系统整体的可观测度不能保证提高某些状态变量的可观测度,因此用奇异值整体的大小难以衡量具体参数的可观测度;通过奇异值变换计算出系统可观测度的方法不仅使用范围有限(针对非线性较强的系统则难以计算),而且不同参数难以进行统一的归一化处理(如陀螺仪零漂误差和安装误差难以进行归一化处理)。为此文中在采用上述方法的基础上,引入系统的输出灵敏度理论来具体分析参数的可观测度问题。

系统的灵敏度^[11]指的是系统参数的变化对诸如系统的时间响应、状态向量、传递函数,或其他表征系统动态性能的量的影响。如果系统用状态方程来描述,则灵敏度问题可用状态灵敏度来处理,它是表征参数变化对状态影响的属性。如果系统在额定参数时的额定方程为(假设参数为 r 维的,即 $a_0 \in R^{r \times 1}$):

$$\dot{x} = f(x, t, u, a_0) = \begin{bmatrix} f_1(x, t, u, a_0) \\ f_2(x, t, u, a_0) \\ \vdots \\ f_n(x, t, u, a_0) \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$x(t_0) = x_0$$

在实际参数 $a = a_0 + \Delta a$ 时的实际方程为:

$$\dot{x} = f(x, t, u, a), \quad x(t_0) = x_0, \quad \text{称: } \lambda_j(t, a_0) = \left. \frac{\partial x(t, a)}{\partial a_j} \right|_{a_0} \quad (j=1,2,\dots,r)$$

为对第 j 个参数分量的轨迹灵敏度向量。

记 $A = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_r]$ 为轨迹灵敏度矩阵。则有:

$$\dot{A} = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{a_0} A + \left. \frac{\partial f}{\partial a} \right|_{a_0} \quad (23)$$

$$A_0 = [\lambda_1(0) \quad \lambda_2(0) \quad \dots \quad \lambda_r(0)] = 0$$

引入输出方程: $y = h(x, t, u, a_0)$, 则向量的输出灵敏度定义为:

$$\sigma_j = \left. \frac{\partial y}{\partial a_j} \right|_{a_0} = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{a_0} \lambda_j + \left. \frac{\partial h}{\partial a_j} \right|_{a_0}, \quad j=1,2,\dots,r \quad (24)$$

向量输出灵敏度矩阵满足:

$$\Sigma = [\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \dots \quad \sigma_r] = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{a_0} A + \left. \frac{\partial h}{\partial a} \right|_{a_0} \quad (25)$$

以上方程就组成了状态灵敏度方程,不管原来的状态方程是否为线性的,状态灵敏度方程一定是线性的:

$$\begin{cases} \dot{A} = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{a_0} A + \left. \frac{\partial f}{\partial a} \right|_{a_0} & A_0 = 0 \\ \Sigma = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{a_0} A + \left. \frac{\partial h}{\partial a} \right|_{a_0} \end{cases} \quad (26)$$

定义了误差参数相对于输出的灵敏度之后可以用数值方法求解方程,从而获得输出灵敏度矢量。根据计算得到的每个参数的输出灵敏度向量,构造基于

F 范数的输出灵敏度特征值，即可判断参数的输出灵敏度。如果参数的输出灵敏度为 0，则表示参数变化与观测量无关，说明此时该参数是不可观的；如果参数的输出灵敏度越高，则表示观测量对参数越敏感，表明此时该参数的可观测度越高。参数输出灵敏度的变化实际上可以反映出该参数的可观测度变化。

3.2 旋转对准方案的可观测性分析

首先结合系统观测方程的偏导数矩阵对参数的可观性进行初步分析。

如果平台绕方位轴匀速转动，则在 $H(X)$ 中失准角 φ_x 和 φ_z 的系数均为常数。由于水平陀螺零偏误差的系数也是常数，因此匀速转动将会影响水平失准角及水平陀螺零偏误差的辨识。这一问题可以通过在旋转中引入非匀速转动来解决。

在 $H(X)$ 中， Δ_{ox} 的系数与失准角 φ_y 的系数相关度很高，一阶分量均为 $(1+k_x)\sin A_t\Omega\cos L$ ；与之类似， Δ_{sz} 与 φ_y 的系数相关度也很高，一阶分量均为 $(1+k_z)\sin A_t\Omega\cos L$ 。因此 Δ_{ox} 和 Δ_{sz} 的可观测度较低，且由于在观测方程中 Δ_{ox} 和 Δ_{sz} 与 φ_y 联系紧密，因此这两个参数将会影响到方位对准的精度。这一问题的解决方案将在后文介绍。

下面分析匀速旋转方案以及变速旋转方案中可观测矩阵的秩和奇异值。

方案 I：平台以 1 ($^\circ$)/s 的角速度绕方位轴旋转一周；方案 II：平台以 $(0.5+t/360)$ ($^\circ$)/s 的角速度绕方位轴旋转一周。不同方案可观测度矩阵的秩及奇异值见表 1。

表 1 不同方案可观测度矩阵的秩及奇异值

| | 方案 I | 方案 II |
|-----|---|--|
| 秩 | 12 | 15 |
| 奇异值 | 13.38, 13.38 0.00 409, 0.00 409 0.000 853, 0.000 696 0.000 492, 0.000 48 | 13.38, 13.38, 0.095 3, 0.095 3 0.003 5, 0.003 5 0.000 7, 0.000 69 |
| 奇异值 | 0.000 486, 8.81e-06 1.81e-08, 1.81e-08 2.94e-13, 1.64e-15 2.56e-16 | 0.000 476, 0.000 35 0.000 308, 8.35e-6 3.03e-6, 1.70e-8, 1.32e-8 |

从表 1 可以看出，采用变速旋转方案时，系统的可观测度得到了较大的提高，不仅可观性矩阵满秩，而且矩阵的奇异值整体特性远好于方案 I。为了进一步分析方案 II 中具体参数的可观测性，下面给出其参数的输出灵敏变化曲线。

从图 2 至图 6 可以看出， X 陀螺的零偏误差系数 k_{g0x} 以及安装误差角 Δ_{sx} 的输出灵敏度较高； Y 陀螺的比例误差系数 k_x 的输出灵敏度较高； Z 陀螺的零偏误

差系数 k_{g0z} 以及安装误差角 Δ_{oz} 的输出灵敏度较高。因此上述参数在变转速旋转对准中的可观测度较高，可以达到的标定精度较高。此外，陀螺安装误差角 Δ_{ox} 和 Δ_{sz} 的输出灵敏度很低，这一点与前文中对 $H(X)$ 中系数的相关性分析是一致的。

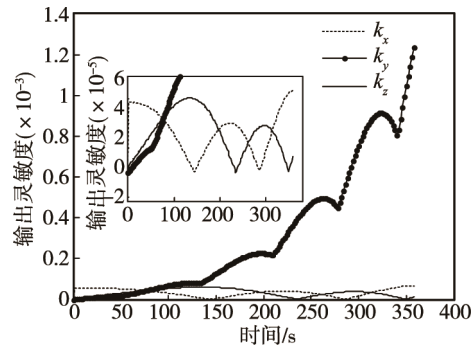


图 2 k_x, k_y, k_z 的输出灵敏度

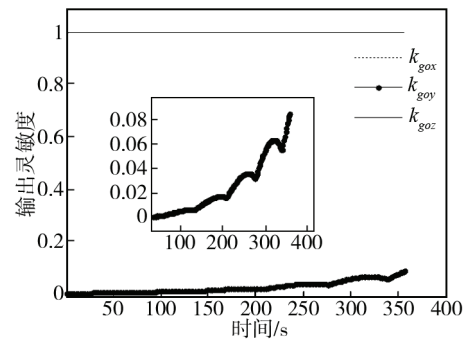


图 3 $k_{g0x}, k_{g0y}, k_{g0z}$ 的输出灵敏度

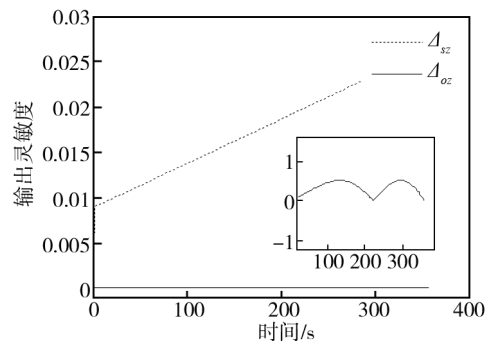


图 4 Δ_{sx}, Δ_{ox} 的输出灵敏度

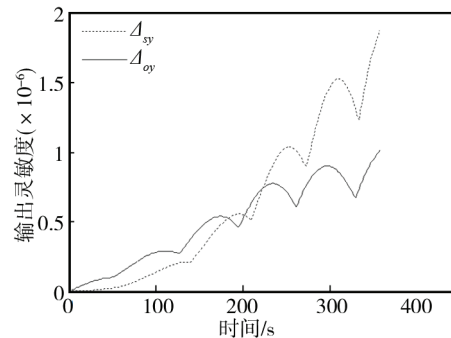


图 5 Δ_{sy}, Δ_{oy} 的输出灵敏度

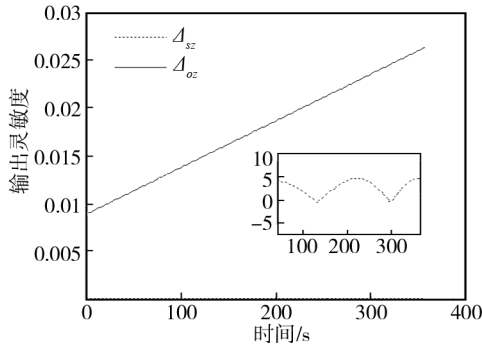


图6 Δ_{sz} , Δ_{oz} 的输出灵敏度

输出灵敏度分析与基于 P W C S 理论的秩判据以及奇异值分析并不矛盾：在很短的时间内，一些误差系数受到的激励有限，灵敏度不高；秩判据只能用于判断参数能否得以辨识，且奇异值的整体特性也无法说明具体参数的可辨识度。通过分析系统的输出灵敏度，有效地弥补了传统可观性分析方法的不足。

为了降低可观度较低参数对准精度的影响，不少文献都选择降低滤波维数^[8-9]的方法。选择可观空间的准则也是基于是否满秩或奇异值总体最大^[8]。下面给出去掉 X 陀螺安装误差和去掉 Y 陀螺安装误差时可观测矩阵奇异值。

表2 不同可观性矩阵的奇异值

| | 去掉 Δ_{sx} 和 Δ_{ox} | 去掉 Δ_{sy} 和 Δ_{oy} |
|-----|----------------------------------|----------------------------------|
| | 13.38, 13.38 | 13.38, 13.38, |
| | 0.095 3, 0.095 3 | 0.095 3, 0.095 3 |
| | 0.003 5, 0.000 7 | 0.003 5, 0.003 5 |
| 奇异值 | 0.000 69, 0.000 476 | 0.000 7, 0.000 69 |
| | 0.000 308, 8.35e-6 | 0.000 476, 0.000 35 |
| | 3.03e-6, 1.70e-8 | 0.000308, 8.35e-6 |
| | 1.32e-8 | 3.03e-6 |

从表2中可以看出，忽略 Y 陀螺的安装误差奇异值整体最大，事实上这种分析方法存在一定的缺陷。失准角的辨识精度并非取决于系统的整体特性，而是在观测方程中与之关系最密切的参数。在文中推导的模型中，与失准角联系紧密的参数是 X 陀螺和 Z 陀螺的安装误差以及比例误差。

为此设计了如下方案解决上述问题：建立以 X 陀螺输入轴为基准轴 (X_p) 新的平台坐标系，定义平台 Z_p 轴为 Z 陀螺与 X 陀螺所在平面内垂直与 X 陀螺输入轴，平台 Y_p 轴垂直与上述平面并与之组成右手正交坐标系。方案中忽略掉了 X 陀螺的安装误差和 Z 陀螺的安装误差角 Δ_{oz} 。这一方案具有较强的鲁棒性。如果难以建立以陀螺仪输入轴作为基准轴的平台坐标系时，可以通过方案 II 中得到的安装误差角 Δ_{sx} 和 Δ_{oz} 的估值代入，建立虚拟的平台坐标系完成对准。

4 仿真分析

为了便于分析，下面给出不同试验方案：

方案 II：采用 15 维状态向量，即未忽略任何误差系数。

方案 III：采用 12 维状态向量，建立以陀螺仪输入轴为基准轴的平台坐标系。

方案 IV：采用 12 维状态向量，安装误差角 Δ_{sx} 和 Δ_{oz} 利用方案 II 中的估值给予补偿，滤波中略去安装误差角 Δ_{ox} , Δ_{ox} 的值设为 1'。

方案 V：采用 13 维状态向量，滤波中略去安装误差角 Δ_{sy} 和 Δ_{oy} , Δ_{sy} 和 Δ_{oy} 的值为 1'。

上述方案都采用变转速的绕方位轴旋转的方案：以 $(0.5+t/360)$ ($^\circ$)/s 的角速度旋转一周。陀螺仪的电流输出转化为角速度信息后，等效测量噪声标准差均为 0.01 ($^\circ$)/h。表 3 给出不同方案下的对准结果。图 7—11 给出方案 II 和方案 III 中失准角估计效果图以及部分误差系数的估计效果图。

从表 3 中可以看出，采用变速旋转的绕方位轴对准方案可使失准角得到很好的估计。在方案 II 中，水平失准角估计偏差在 $10''$ 以内，方位失准角偏差在 $25''$ 左右。文中提出的方案比传统的多位置罗盘对准精度有很大提高的主要原因为：采用连续旋转方案后，避免了多次调平锁定引起的转位误差；将陀螺仪比例误差和安装误差等纳入滤波方程，减小了忽略误差系数对标定精度的影响；连续旋转对准对旋转过程中的电流输出信息都进行了充分利用。

同时从表 3 中可以看出，采用陀螺仪输入轴为基准轴的平台坐标系后，方案 III 和 IV 中方位对准精度提高至 $0.1''$ 左右。由于方案 II 中安装误差角 Δ_{sx} 和 Δ_{oz} 的可观性较好，其估计偏差都在 $0.5''$ 以内（见图 8）。方案 IV 的鲁棒性很好，将方案 II 中的误差系数 Δ_{sx} 和 Δ_{oz} 估值代入后，当 Δ_{ox} 为 1' 时，方位对准精度与方案 III 相近。

表3 不同方案下的对准结果

| | $\hat{\phi}_x$ | $\hat{\phi}_y$ | $\hat{\phi}_z$ |
|-------|----------------|----------------|----------------|
| 方案II | 0.2452" | 25.4548" | 0.6169" |
| 方案III | 0.0250" | 5.0448" | 0.0398" |
| 方案IV | 0.1321" | 6.8604" | 0.2344" |
| 方案V | 0.2158" | 22.0510" | 0.5030" |

此外，从方案 V 的估计结果可以看出，忽略 Δ_{sy} 和 Δ_{oy} 后，方位对准精度并未得到较大提高。这一点也表明，通过采用奇异值最大准则得到的可观空间不能较大提高平台三轴对准精度。

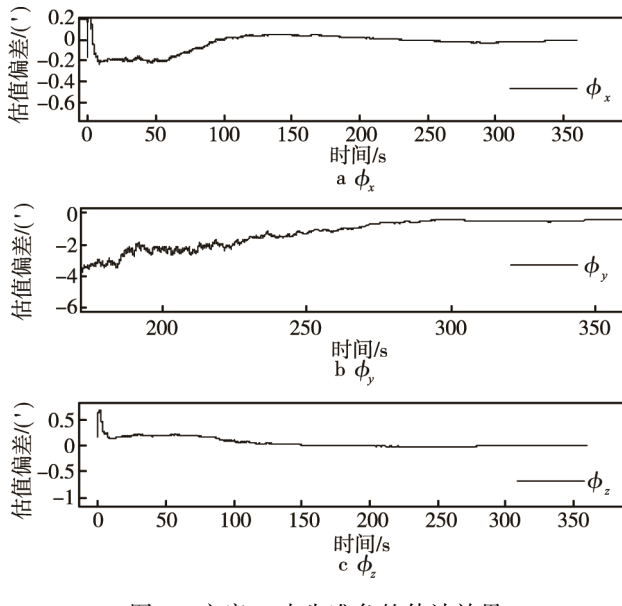


图 7 方案 II 中失准角的估计效果

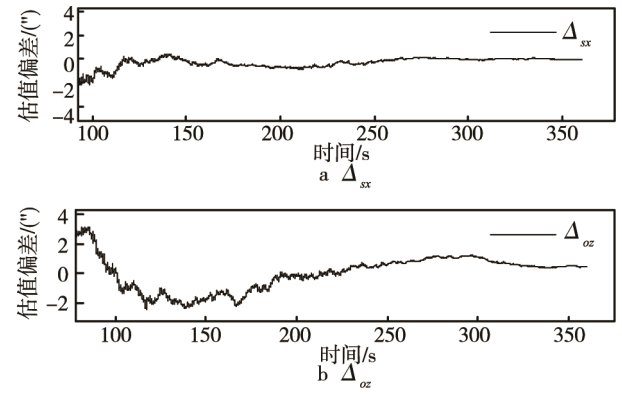


图 8 方案 II 中安装误差 Δ_{sx} 和 Δ_{oz} 的估计效果

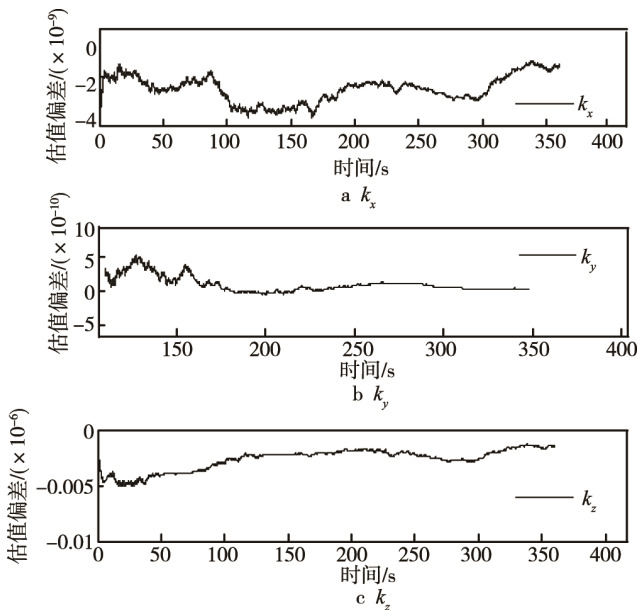


图 9 方案 II 中比例误差 k_x , k_y , k_z 的估计效果

从图 7 和图 10 可以看出，采用变速旋转对准方案时，失准角估计稳定，300 s 后三个失准角均能得

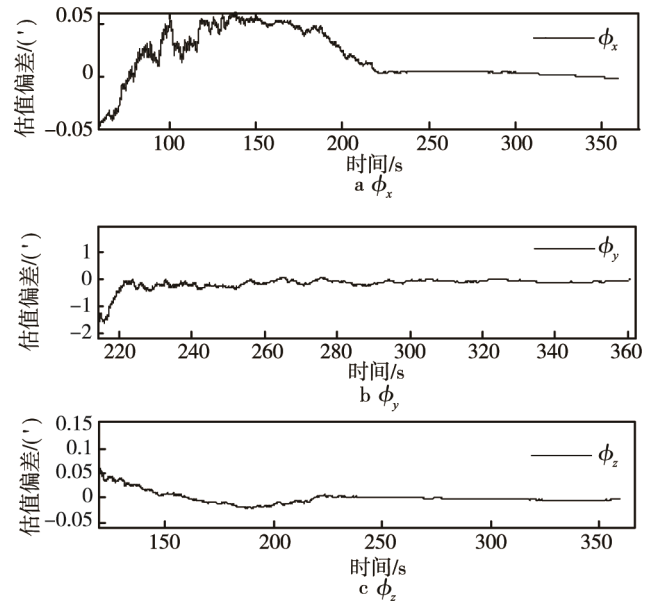


图 10 方案 III 中失准角的估计效果

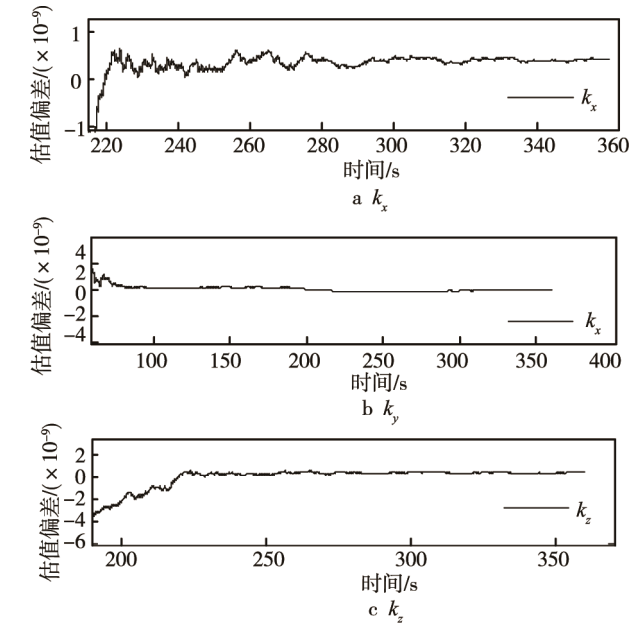


图 11 方案 II 中比例误差 k_x , k_y , k_z 的估计效果

到稳定收敛。从图 8 和图 11 中可以看出，方位陀螺的比例误差系数估计精度较高，这一点与输出灵敏度分析中得到的结论是一致的。在采用改进措施的方案 IV 中，水平陀螺的比例误差系数估计也得到改善，估值偏差均在 5×10^{-10} 以内。

采用变转速方位旋转自对准方案所耗时间主要用于平台旋转，限于平台控制精度，转速较低，这影响了对准所需时间。与多位置对准相比，无需多次调平锁定，因此耗费的时间较少，整个对准过程可以在 10 min 之内完成。

与采用加速度计输出作为测量信息的对准策略相比较，文中采用陀螺力矩电流输出同样具有明显优点：直接得到陀螺角速度信息，陀螺仪误差系数的可

观测性较好；无需引入加速度计相关的误差系数，减少了误差源。采用了变转速及虚拟平台系策略后，方位对准精度在 $10''$ 以内。

5 结论

针对惯性平台罗盘式自对准问题，提出了绕方位轴变速旋转的连续自对准方案。该方案可减小陀螺误差系数对对准精度的影响。通过基于输出灵敏度理论的可观性分析方法，设计出进一步提高对准精度的对准数据处理方案，弥补了传统可观性分析方法中的不足。仿真分析表明，采用罗盘式连续自对准方法，方位对准精度在 $7''$ 以内，水平对准精度在 $1''$ 以内，整个对准过程可以在 10 min 之内完成。因此文中提出的罗盘式连续自对准方案及算法使惯导平台静基座自对准精度得到显著提高。

附录 1:

动力学方程的偏导数矩阵 $F(X)$ 的具体形式如下：

$F(X)$ 为 15×15 阶方阵：

$$F_{1,2} = \sin A_t \Omega \cos L$$

$$F_{1,3} = \omega(t) + \Omega \sin L$$

$$F_{2,1} = (-\sin A_t \Omega \cos L)$$

$$F_{2,2} = \Delta_{by} (-\sin A_t \Omega \cos L) + \Delta_{by} \cos A_t \Omega \cos L$$

$$F_{2,3} = \cos A_t \Omega \cos L$$

$$F_{2,5} = -\Delta_{by} \cos A_t \Omega \cos L + \omega(t) +$$

$$\Omega \sin L + \Delta_{sy} (-\sin A_t \Omega \cos L)$$

$$F_{2,8} = 1$$

$$F_{2,12} = \varphi_y \cos A_t \Omega \cos L +$$

$$(1+k_y)(-\sin A_t \Omega \cos L)$$

$$F_{2,13} = -(1+k_y) \cos A_t \Omega \cos L -$$

$$\varphi_y (\sin A_t \Omega \cos L)$$

$$F_{3,1} = -\omega(t) - \Omega \sin L$$

$$F_{3,2} = \cos A_t \Omega \cos L$$

$F(X)$ 中的其他值均为 0。

观测方程的偏导数矩阵 $H(X)$ 的具体形式如下：

$H(X)$ 为 2×15 阶矩阵：

$$H_{1,2} = (1+k_x)(\sin A_t \Omega \cos L - \Delta_{\alpha x} \cos A_t \Omega \cos L)$$

$$H_{1,3} = \omega(t) + \Omega \sin L$$

$$H_{1,4} = \cos A_t \Omega \cos L - \varphi_y (-\sin A_t \Omega \cos L) +$$

$$\Delta_{\alpha x} (\omega(t) + \Omega \sin L) - \Delta_{\alpha x} (\varphi_y \cos A_t \Omega \cos L - \sin A_t \Omega \cos L)$$

$$H_{1,7} = 1$$

$$H_{1,10} = (1+k_x)(\omega(t) + \Omega \sin L)$$

$$H_{1,11} = -(1+k_x) \begin{pmatrix} \varphi_y \cos A_t \Omega \cos L - \\ \sin A_t \Omega \cos L \end{pmatrix}$$

$$H_{2,1} = -(\omega(t) + \Omega \sin L)$$

$$H_{2,2} = (1+k_z) \cos A_t \Omega \cos L - \Delta_{\alpha z} (-\sin A_t \Omega \cos L)$$

$$H_{2,6} = \Delta_{\alpha z} \cos A_t \Omega \cos L - \Delta_{\alpha z} (\omega(t) + \Omega \sin L) + \varphi_y \cos A_t \Omega \cos L - \sin A_t \Omega \cos L$$

$$H_{2,9} = 1$$

$$H_{2,14} = (1+k_z)(\cos A_t \Omega \cos L) - \varphi_y (-\sin A_t \Omega \cos L)$$

$$H_{2,15} = -(1+k_z)(\omega(t) + \Omega \sin L)$$

$H(X)$ 中的其他值为 0。

参考文献:

- [1] 巩乃英, 冯振声. 导弹惯性平台自对准[J]. 国防科学技术大学学报, 1980, 2(1): 173-184.
- [2] 任宏文, 唐子伟. 一种平台惯导系统快速对准方法[J]. 中国惯性技术学报, 2010, 18(3): 279-282.
- [3] 赵忠. 惯性平台测漂对准的一种新方案[J]. 西北工业大学学报, 1995, 13(3): 432-435.
- [4] 杨华波, 张士峰, 蔡洪. 高精度惯性平台连续自标定自对准技术[J]. 宇航学报, 2006, 27(4): 600-604.
- [5] ANDREW D J. Continuous Calibration and Alignment Techniques for an All-attitude Inertial Platform[C]// AIAA Paper No.73-865.
- [6] GOSHEN M, BAR-ITZHACK I Y. Observability Analysis of Piece-wise Constant Systems with Application to Inertial Navigation[C]// Proc. of the 29th Conference on Decision and Control. Honolulu, Hawaii, 1990: 821-826.
- [7] GOSHEN M, BAR-ITZHACK I Y. Observability Analysis of Piece-wise Constant Systems—Part II: Application to Inertial Navigation In-flight Alignment[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1992, 28(4): 1068-1075.
- [8] 程向红, 万德钧, 钟巡. 捷联惯导的可观测性和可观测度研究[J]. 东南大学学报, 1997, 27(6): 6-11.
- [9] 房建成, 周锐, 祝世平. 捷联惯导系统动基座对准的可观测性分析[J]. 北京航空航天大学学报, 1999, 25(6): 714-719.
- [10] 刘百奇, 房建成. 一种基于可观测度分析的 SINS/GPS 自适应反馈校正滤波新方法[J]. 航空学报, 2008, 29(2): 430-436.
- [11] Frank P M. INTRODUCTION to System Sensitivity Theory[M]. London: Academic Press, 1978.