

# 综合预应力与陀螺效应的 TLJ500 土工离心机模态分析

陈学前<sup>1,2</sup>, 沈展鹏<sup>1,2</sup>, 杜强<sup>1,2</sup>, 陈红永<sup>1,2</sup>, 李上明<sup>1,2</sup>

(1. 中国工程物理研究院总体工程研究所, 四川 绵阳 621999;

2. 工程材料与结构冲击振动四川省重点实验室, 四川 绵阳 621999)

**摘要:** **目的** 分析获得离心机运转时各综合效应对其模态频率的影响。**方法** 从理论上推导结构在无离心场时, 仅考虑预应力刚化效应和仅考虑旋转软化效应与综合考虑各效应时结构固有频率之间的关系。建立 TLJ500 土工离心机静止状态及运转状态的有限元模型, 并根据 TLJ500 静止状态的模态试验结果对有限元模型中主轴轴承部位的材料参数进行修正识别, 获得可信度更高的模型。再将修正识别得到的主轴轴承参数代入离心机运转状态的有限元模型, 开展离心机运转状态的模态分析, 结合理论分析结果, 计算得到综合考虑预应力刚化效应与旋转软化效应时离心机关心模态频率的结果。**结果** 运转状态 TLJ500 离心机关心模态频率计算结果与试验结果比较一致。**结论** 仿真结果验证了文中方法的可行性, 为离心机临界转速设计提供了一种可信的数值模拟预测方法。

**关键词:** 土工离心机; 模态分析; 模型修正; 预应力效应; 陀螺效应

中图分类号: TH113; TP306

文献标识码: A

文章编号: 1672-9242(2021)07-0079-05

DOI: 10.7643/issn.1672-9242.2021.07.012

## The Modal Analysis on the TLJ500 Centrifuge with the Pre-stress and Gyroscopic Effect

CHEN Xue-qian<sup>1,2</sup>, SHEN Zhan-peng<sup>1,2</sup>, DU Qiang<sup>1,2</sup>, CHEN Hong-yong<sup>1,2</sup>, LI Shang-ming<sup>1,2</sup>

(1. Institute of Systems Engineering, China Academy of Engineering Physics (CAEP), Mianyang 621999, China;

2. Shock and Vibration of Engineering Materials and Structures Key Laboratory of Sichuan Province, Mianyang 621999, China)

**ABSTRACT:** This paper aims to get the influence of various comprehensive effects on the modal frequency of the centrifuge during operation. Firstly, the natural frequency relationship about synthetically effect, no effect, only pre-stress effect and only gyroscopic effect is established in theory. Then, the finite element (FE) model of the TLJ500 centrifuge is built, and the elastic modulus of the bearing is identified by the FE model updating based on the modal test results when the centrifuge is not work-

收稿日期: 2020-03-09; 修订日期: 2020-04-03

Received: 2020-03-09; Revised: 2020-04-03

基金项目: 科学挑战专题资助 (TZ2018007); 国家自然科学基金面上项目 (11872059); 中国工程物理研究院统筹规划项目 (TCGH0406)

Fund: Supported by the Science Challenge Project (TZ2018007), the National Natural Science Foundation of China (11872059) and the Overall Planning Project of CAEP (TCGH0406)

作者简介: 陈学前 (1975—), 男, 硕士, 研究员, 主要研究方向为结构动力学建模、模型验证与确认。

Biography: CHEN Xue-qian (1975—), Male, Master, Researcher, Research focus: structural dynamic modeling, model verification and validation.

引文格式: 陈学前, 沈展鹏, 杜强, 等. 综合预应力与陀螺效应的 TLJ500 土工离心机模态分析[J]. 装备环境工程, 2021, 18(7): 079-083.

CHEN Xue-qian, SHEN Zhan-peng, DU Qiang, et al. The modal analysis on the TLJ500 centrifuge with the pre-stress and gyroscopic effect[J]. Equipment environmental engineering, 2021, 18(7): 079-083.

ing. Next, the elastic modulus of the bearing in the centrifuge FE model with working is replaced by the identifying result, and the modal analysis is carried out. Lastly, the natural frequency of the TLJ500 centrifuge with the pre-stress and gyroscopic effect is calculated by combining the FE simulation results and the theory equation. The synthetically calculating results agree with the experimental results better when the centrifuge is working, which proves the feasibility of the proposed approach, and which can be used to calculate the more believed critical speed of revolution when designing the centrifuge.

**KEY WORDS:** geotechnical centrifuge; modal analysis; model updating; pre-stress effect; gyroscopic effect

土工离心机是岩土力学研究中的重要设备,利用其可开展土工原型的物理变化过程研究、土工结构模型抗震研究等<sup>[1-5]</sup>。近几十年来,土工离心机得到了飞速发展,国内多家单位(长江科学院、中国水利水电科学研究院、清华大学、河海大学、上海铁道学院等)都建造了自己的离心机,并开展了众多的土工模型试验研究<sup>[1-8]</sup>。

在离心机设计阶段,需要开展系列数值计算,以指导结构设计,通常包括结构刚、强度校核与优化<sup>[9-10]</sup>、风阻及流场计算<sup>[11-12]</sup>。此外,结构动力学模态计算也非常重要,其目的是指导所设计的离心机的运转工作频率与结构固有频率错开,避免发生共振<sup>[13-16]</sup>。刘烁等<sup>[13]</sup>对某卧式振动离心机进行了有限元建模与结构动力学特性和动响应计算分析,为结构优化设计提供了指导。张志新、王琪等<sup>[14-15]</sup>对某高速卧螺离心机结构开展了动力学特性相关计算,得到了结构的临界转速,并分析了离心预应力及陀螺效应对固有频率的影响。张建全等<sup>[16]</sup>基于有限元分析对某载人离心机转臂结构开展了拓扑优化。

在离心机建造完成后,也需要开展相关动力学特性试验,以验证结构设计,为后续离心机设计积累经验<sup>[17-18]</sup>。沈润杰等<sup>[17]</sup>采用有限元方法对某离心机开展了模态计算及结构静止状态的模态试验,并对计算结果与试验结果进行了相互验证。李锋等<sup>[18]</sup>对大型土工离心机 TLJ500 开展了建模与模态分析及结构的模态试验,并进行了对比验证。鄂林仲阳等<sup>[19]</sup>针对某大型土工离心机,运用模态试验方法,分析了离心机静止及不同转动加速度下振动台激励时的动态特性。目前关于离心机动力学研究中,多数主要关注离心机的建模与模拟,而较少关注离心机的动力学模态试验研究,而结合模态试验结果对有限元模型修正后,再开展结构动力学特征预测的研究鲜有报道。

文中通过理论推导,获得了综合考虑离心预应力效应及陀螺效应的离心机结构的固有频率计算公式,并基于 TLJ500 大型土工离心机静止状态的模态试验结果,对其有限元模型进行了修正。在此基础上,开展考虑离心预应力效应与陀螺效应的结构模态分析。

## 1 理论分析

离心机绕主轴作旋转运动,结构受离心场作用,

其动力学方程为<sup>[20]</sup>:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + (\mathbf{C} + \Omega\mathbf{C}_c)\dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{K} + \mathbf{K}_w - \Omega^2\mathbf{M}_c)\mathbf{x} = \mathbf{P} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{K}$ 、 $\mathbf{C}$  分别为结构离散的质量、刚度和阻尼矩阵;  $\Omega\mathbf{C}_c$  为科氏速度引起的阻尼;  $\Omega^2\mathbf{M}_c$  为转动引起的单元刚度软化矩阵;  $\mathbf{K}_w$  为离心力导致的应力刚化效应引起的结构单元刚度硬化矩阵;  $\mathbf{x}$ 、 $\dot{\mathbf{x}}$ 、 $\ddot{\mathbf{x}}$  分别为结构的位移、速度和加速度响应;  $\mathbf{P}$  为结构受到的外载荷。

令  $\mathbf{C}_e = \mathbf{C} + \Omega\mathbf{C}_c$ ,  $\mathbf{K}_e = \mathbf{K} + \mathbf{K}_w - \Omega^2\mathbf{M}_c$ , 方程(1)即变成动力学方程的一般形式:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}_e\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_e\mathbf{x} = \mathbf{P} \quad (2)$$

为求解方程(2)对应系统的模态特征,首先需要将方程(2)转换到模态空间进行解耦。设:

$$\mathbf{x} = \Phi\boldsymbol{\eta} \quad (3)$$

将式(3)代入式(2),得到结构解耦后的动力学方程:

$$M_i\ddot{\eta}_i + C_i\dot{\eta}_i + K_i\eta_i = P_i, \quad i=1,2,\dots,n \quad (4)$$

式中:  $M_i$ 、 $K_i$ 、 $C_i$  分别为结构第  $i$  阶模态的质量、刚度和阻尼,  $\eta$ 、 $\dot{\eta}$ 、 $\ddot{\eta}$  分别是结构在模态空间的位移、速度和加速度响应;  $P_i$  为结构第  $i$  阶模态受到的激励。

在实际工程中,阻尼对结构固有频率和振型的影响不大,模态分析时,一般可忽略阻尼力。根据结构解耦后的动力学方程(4),可求出结构第  $i$  阶模态频率为:

$$\omega_i = \sqrt{\frac{K_i}{M_i}} \quad (5)$$

当离心机工作时,由于主轴与转臂的高速转动会产生离心效应与陀螺效应,这两种效应产生的离心力与科里奥利力会对结构的模态频率特性产生影响。如果离心力使结构内部产生拉应力,则刚度硬化矩阵  $\mathbf{K}_w$  为正定的,系统固有频率会升高;如果离心力使结构内部产生压应力,则刚度硬化矩阵  $\mathbf{K}_w$  为负定的,系统固有频率会降低。当离心机工作时,转臂与主轴形成一个转子系统,在不平衡力作用下,主轴会产生弹性变形,导致除了转臂以角速度绕自身轴线的转动(自转)外,转臂形心还会绕转主轴变形前的中心线转动(进动)。当系统进动方向与自转方向一致时,称为正进动,系统固有频率升高;当进动方向与自转方向相反时,称为反向进动,系统固有频率降低。

假定这两个影响因素对结构模态频率特性的影响都归结到对结构刚度矩阵的影响, 设不考虑离心效应与陀螺效应时, 结构第  $i$  阶模态的刚度为  $K_{0i}$ , 对应的模态频率为  $\omega_{0i}$ ; 仅考虑离心预应力效应时, 结构第  $i$  阶模态的刚度为  $K_{0i}+K_{pi}$ , 对应的模态频率为  $\omega_{pi}$ ; 仅考虑陀螺效应时, 结构第  $i$  阶模态的刚度为  $K_{0i}+K_{ti}$ , 对应的模态频率为  $\omega_{ti}$ ; 同时考虑离心效应与陀螺效应时, 结构第  $i$  阶模态的刚度为  $K_{0i}+K_{pi}+K_{ti}$ , 对应的模态频率为  $\omega_{zi}$ 。则有

$$M_i \omega_{0i}^2 = K_{0i} \tag{6}$$

$$M_i \omega_{pi}^2 = K_{0i} + K_{pi} \tag{7}$$

$$M_i \omega_{ti}^2 = K_{0i} + K_{ti} \tag{8}$$

$$M_i \omega_{zi}^2 = K_{0i} + K_{pi} + K_{ti} \tag{9}$$

由式 (6) — (9), 可得到:

$$\omega_{zi}^2 = \omega_{pi}^2 + \omega_{ti}^2 - \omega_{0i}^2 \tag{10}$$

根据式 (10) 可知, 当分别求出  $\omega_{0i}$ 、 $\omega_{pi}$ 、 $\omega_{ti}$  后, 即可求出综合离心效应与陀螺效应时离心机结构的模态频率。

## 2 有限元建模与模型修正

### 2.1 结构有限元建模

由于离心机在使用过程中不允许结构部件出现塑性变形, 因此, 在离心机动力学有限元建模时, 忽略各种非线性因素, 对各连接部位采用共节点或绑定连接模拟, 连接部位 (如主轴与轴承的连接等) 采用一种虚拟材料进行等效处理。根据结构模态试验结果, 对振动特性影响较大的连接部位虚拟材料弹性模量进行修正识别。由于离心机振动特性是结构整体动力学特性的反映, 故可忽略结构微小的几何细节, 如部件边缘的微小倒角、各种小螺孔等。对离心机各部件采用六面体及其退化单元离散, 建立离心机静止状态与运转状态的有限元模型, 如图 1 所示。

### 2.2 有限元模型修正

为提高结构动力学有限元模型的可靠性, 通常需要根据结构模态试验结果对模型中关键部位的材料参数进行识别。文中基于离心机静止状态的模态试验结果, 修正识别主轴轴承部位虚拟材料参数的弹性模量。由于在离心机设计时, 重点关注转臂上下摆动模态 (倾覆模态) 的频率, 故以该阶频率计算结果与试验结果相对差别为目标, 调用有限元软件的优化模块, 修正识别主轴轴承部位虚拟材料参数的弹性模量。根据最近一次对 TLJ500 离心机静止状态的模态测试, 结构倾覆模态频率为 4.76 Hz。经模型修正后, 主轴轴承部位虚拟材料参数弹性模量取值为 2.038 GPa, 倾覆模态频率计算结果为 4.758 Hz。二者非常

接近, 说明修正后的 TLJ500 动力学有限元模型具有更高可信度。结构倾覆模态试验振型与计算振型的比较如图 2 所示。

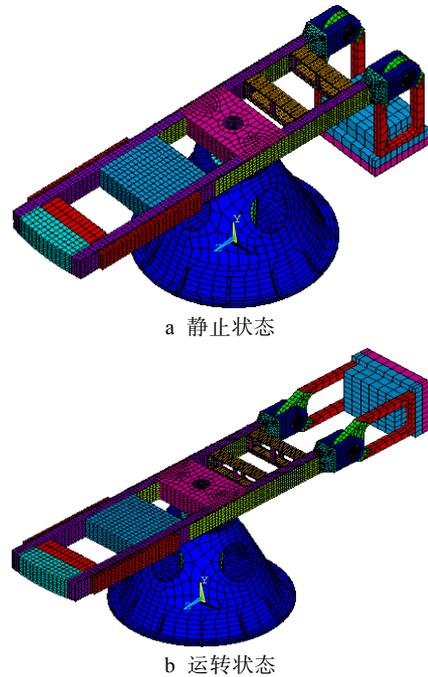


图 1 TLJ500 的有限元模型

Fig.1 Finite element model of TLJ500: a) static state; b) work state

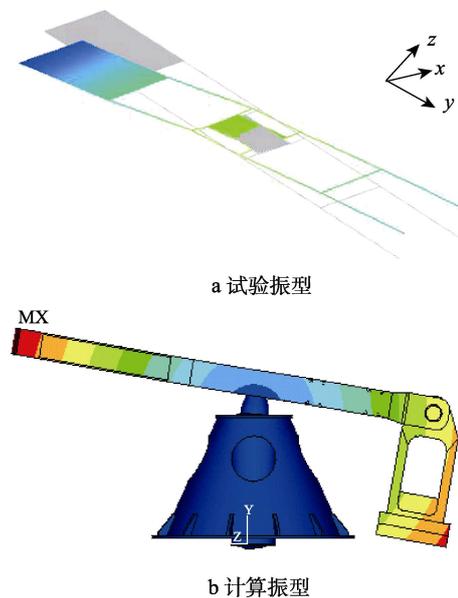


图 2 TLJ500 离心机倾覆模态振型

Fig.2 Overturning mode shape of TLJ500: a) test made; b) calculation mode

## 3 运转状态离心机的模态分析

根据前面理论分析结果, 对修正后的 TLJ500 离心机运转状态的有限元模型开展无离心效应与陀螺

效应、仅有离心效应及仅有陀螺效应的模态计算, 计算工况有 7 个, 离心加速度分别为 50g、100g、150g、180g、200g、230g、250g, 对应离心机转动频率分别为 1.662、2.350、2.878、3.153、3.323、3.564、3.715 Hz。

最后根据式(10)计算离心机综合考虑离心效应与陀螺效应的倾覆模态频率, 结构倾覆模态频率计算结果与试验结果见表 1。倾覆模态频率随转速变化情况如图 3 所示。

表 1 TLJ500 离心机倾覆模态频率计算结果与试验结果

Tab.1 Overturning mode frequency of TLJ500 centrifuge

Hz

加速度/g	无离心场	仅离心效应	仅陀螺效应	综合结果	试验结果	差别/%
50	4.176	4.480	3.752	4.088	4.013	1.869
100	4.176	4.773	3.440	4.144	4.141	0.072
150	4.176	5.057	3.197	4.284	4.499	-4.779
180	4.176	5.223	3.074	4.392	4.638	-5.304
200	4.176	5.333	2.999	4.472	4.728	-5.415
230	4.176	5.495	2.898	4.599	4.848	-5.136
250	4.176	5.602	2.835	4.688	4.911	-4.541

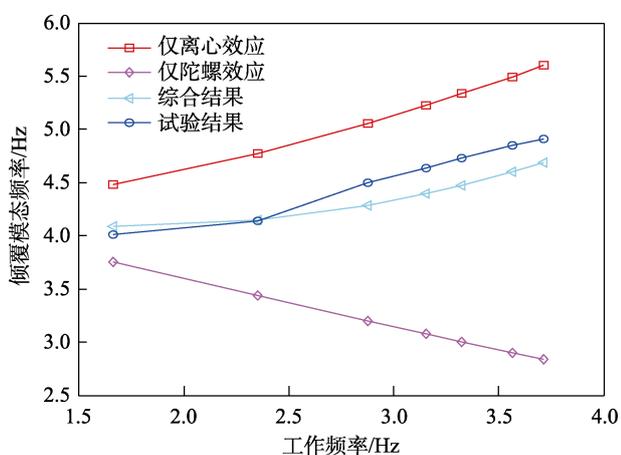


图 3 TLJ500 倾覆模态频率随转速变化情况

Fig.3 Overturning mode frequency of TLJ500 centrifuge with different speeds

从表 1 和图 3 可以看出, 仅考虑离心效应时, TLJ500 离心机倾覆模态频率随转速的升高而增大; 而仅考虑陀螺效应时, TLJ500 离心机倾覆模态频率随转速的升高而减小; 综合二者影响时, TLJ500 离心机倾覆模态频率随转速的升高而增大, 但增加幅度较仅考虑离心效应时小, 且此时与试验结果更接近。在离心机以 100 g 离心加速度以下运转时, 倾覆模态频率计算结果与试验结果差别较小, 小于 2%; 大于 100 g 离心加速度运转时, 倾覆模态频率计算结果与试验结果差别在 5%左右, 原因可能是离心机轴承刚度随转速增大而增大。

## 4 结论

1)对 TLJ500 土工离心机静止状态结构进行模型修正, 模型修正后所关注的结构倾覆模态频率与试验结果非常接近, 说明修正后的 TLJ500 动力学有限元模型具有更高的可信度。

2) 基于修正后结构的参数对运转状态的 TLJ500 离心机有限元模型进行了 7 个工况的模态分析, 并根据提出的方法合成得到综合考虑离心预应力及陀螺效应时结构的倾覆模态频率, 与试验结果比较, 最大相差 5.415%, 最小相差 0.072%。

3) TLJ500 离心机的设计最大工作频率为 3.715 Hz, 计算结果为 4.688 Hz, 试验结果为 4.911 Hz, 均大于最大工作频率的 1.2 倍, 离心机不会由于自身转动产生共振。

## 参考文献:

- [1] 黎启胜, 许元恒, 罗龙. 科学试验用离心机发展综述[J]. 装备环境工程, 2015, 12(5): 1-10.  
LI Qi-sheng, XU Yuan-heng, LUO Long. Review on development of centrifuge for scientific tests[J]. Equipment environmental engineering, 2015, 12(5): 1-10.
- [2] 赵玉虎, 罗昭宇, 林明. 土工离心机研制概述[J]. 装备环境工程, 2015, 12(5): 19-27.  
ZHAO Yu-hu, LUO Zhao-yu, LIN Ming. Overview of development of geotechnical centrifuge[J]. Equipment environmental engineering, 2015, 12(5): 19-27.
- [3] 林明. 国内土工离心机及专用试验装置研制的新进展[J]. 长江科学院报, 2012, 29(4): 80-84.  
LIN Ming. Progress of geotechnical centrifuge and specialized test device in China[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2012, 29(4): 80-84.
- [4] 冉光斌. 土工离心机及振动台发展综述[J]. 环境技术, 2007, 6(3): 25-29.  
RAN Guang-bin. Summarization of geotechnical centrifuge and table vibrator's development[J]. Environmental technology, 2007, 6(3): 25-29.
- [5] 陈正华, 于玉贞. 土工动力离心模型试验研究进展[J]. 岩土力学与工程学报, 2006, 25(2): 4026-4033.  
CHEN Zheng-fa, YU Yu-zhen. A review on development of geotechnical dynamic centrifugal model test[J]. Chi-

- nese journal of rock mechanics and engineering, 2006, 25(2): 4026-4033.
- [6] 程永辉, 李青云, 饶锡保, 等. 长江科学院土工离心机的应用与发展[J]. 长江科学院院报, 2011, 10(28): 163-169.  
CHENG Yong-hui, LI Qing-yun, RAO Xi-bao, et al. Application and development of geotechnical centrifuge in Yangtze River Scientific Research Institute[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2011, 10(28): 163-169.
- [7] 王学东. 长江科学院大型离心机的研制[J]. 长江志季报, 2000(1): 13-14.  
WANG Xue-dong. Development of large geotechnical centrifuge in Yangtze River Scientific Research Institute[J]. Journal of Yangtze River quarterly reports, 2000(1): 13-14.
- [8] DOU Y, JING P. Development of NHRI-400g-t geotechnical centrifuge[J]. Centrifuge, 1994, 94: 30-35.
- [9] 杨玉明, 刘远东, 王沪毅. 600g-t 土工离心机吊篮力学分析与强度设计[J]. 装备环境工程, 2015, 12(5): 45-49.  
YANG Yu-ming, LIU Yuan-dong, WANG Hu-yi. Mechanical analysis and strength design of the nacelle on the 600g-t geotechnical centrifuge[J]. Equipment environmental engineering, 2015, 12(5): 45-49.
- [10] 余绍蓉, 杜强, 李心耀, 等. TLJ-60A 型土工离心机转臂系统力学分析与实测分析[J]. 装备环境工程, 2015, 12(5): 40-44.  
YU Shao-rong, DU Qiang, LI Xin-yao, et al. Mechanical analysis and testing of rotary arm system of TLJ-60A geotechnical centrifuge[J]. Equipment environmental engineering, 2015, 12(5): 40-44.
- [11] 黄鹏, 尹益辉, 李顺利, 等. 离心机风阻功率及启动过程分析[J]. 装备环境工程, 2015, 12(5): 105-110.  
HUANG Peng, YIN Yi-hui, LI Shun-li, et al. Analysis of wind resistance power and starting process of centrifuge[J]. Equipment environmental engineering, 2015, 12(5): 105-110.
- [12] 郝雨, 尹益辉, 万强, 等. 基于 CFD 的土工离心机风阻及流场特性分析[J]. 装备环境工程, 2018, 15(2): 52-56.  
HAO Yu, YIN Yi-hui, WAN Qiang, et al. Wind resistance and flow field characteristic analysis of geotechnical centrifuges based on CFD[J]. Equipment environmental engineering, 2018, 15(2): 52-56.
- [13] 刘烁, 王兆申. WZYT 型卧式振动离心机振动体分析及数值模拟 [J]. 选煤技术, 2017(5): 21-26.  
LIU Shuo, WANG Zhao-shen. Vibrating body of the WZYT horizontal vibrating centrifuge—Analysis and numerical simulation[J]. Coal preparation technology, 2017(5): 21-26.
- [14] 张志新, 王立智, 付豫龙, 等. 高速卧螺离心机动力性能优化 [J]. 化工机械, 2015, 42(5): 476-480.  
ZHANG Zhi-xin, WANG Li-zhi, FU Yu-long, et al. Dynamic performance optimization of high-speed decanter centrifuge [J]. Chemical engineering & machinery, 2015, 42(5): 476-480.
- [15] 王琪, 杨彬, 刘汝波, 等. 基于 Hypermesh 和 Ansys 的卧螺过滤离心机转鼓系的模态分析[J]. 机械科学与技术, 2013, 32(6): 873-878.  
WANG Qi, YANG Bin, LIU Ru-bo, et al. The modal analysis of drum system for horizontal worm screen centrifuge based on Hypermesh and Ansys[J]. Mechanical science and technology for aerospace engineering, 2013, 32(6): 873-878.
- [16] 张建全, 将春梅, 陈磊, 等. 载人离心机转臂拓扑优化设计 [J]. 机械设计与研究, 2015, 31(3): 91-93.  
ZHANG Jian-quan, JIANG Chun-mei, CHEN Lei, et al. Topology optimization design of human centrifuge arm[J]. Machine design & research, 2015, 31(3): 91-93.
- [17] 沈润杰, 何闻. 离心机动力学特性分析及设计技术[J]. 工程设计学报, 2006, 13(3): 150-153.  
SHEN Run-jie, HE Wen. Analysis on dynamic characteristics and design of centrifuge[J]. Journal of engineering design, 2006, 13(3): 150-153.
- [18] 李锋, 杜强, 王玉军, 等. 大学土工离心机 TLJ-500 模态分析与试验[J]. 长江科学院院报, 2012, 29(3): 91-94.  
LI Feng, DU Qiang, WANG Yu-jun, et al. Modal analysis and modal test of large geotechnical centrifuge TLJ-500[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2012, 29(3): 91-94.
- [19] 鄂林仲阳, 杜强, 王玉军, 等. 振动-离心复合下土工离心机的工作模态试验分析[J]. 装备环境工程, 2019, 16(10): 105-109.  
E Lin-zhong-yang, DU Qiang, WANG Yu-jun, et al. Operational modal test of geotechnical centrifuge combined with acceleration and vibration[J]. Equipment environmental engineering, 2019, 16(10): 105-109.
- [20] 沈润杰. 高线加速度下热与振动复合环境试验理论与基础技术研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2003.  
SHEN Run-jie. Study on experimental theory and basic technology of thermal-vibration combined environment under high linear acceleration[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2003.