

专刊——导弹武器贮存延寿

考虑延缓纠正的双应力加速可靠性 增长试验方法

邢浩, 杨军

(北京航空航天大学 可靠与系统工程研究院, 北京 100191)

摘要: **目的** 缩短传统加速可靠性增长试验时间, 以及考虑延缓纠正方式对产品可靠性的影响。**方法** 提出考虑延缓纠正的双应力加速可靠性增长试验方法, 首先, 采用基于延缓纠正 AMSAA 模型跟踪可靠性增长过程, 并采用极大似然估计方法估计模型参数; 其次, 以温度和振动作为加速应力为例, 开展加速寿命试验, 获得试验数据, 基于广义艾琳模型, 通过最小二乘估计方法得到加速系数; 然后, 将产品可靠性外推到正常应力水平。**结果** 航空蓄电池应用案例分析表明, 与基于单应力加载的高应力加速可靠性增长试验相比, 所提方法能够缩短 29.4% 的试验时间, 并且采用延缓纠正方式对产品的可靠性有影响。**结论** 为产品在双应力加载方式和采用延缓纠正方式下开展高应力加速可靠性增长试验的可靠性评估提供了技术手段。

关键词: 双应力; 加速可靠性增长; AMSAA 模型; 广义艾琳模型; 加速系数; 延缓纠正

中图分类号: TJ089

文献标识码: A

文章编号: 1672-9242(2023)10-0001-07

DOI: 10.7643/ issn.1672-9242.2023.10.001

A Double Stress Accelerated Reliability Growth Test with Delayed Corrections

XING Hao, YANG Jun

(School of Reliability and Systems Engineering, Beihang University, Beijing, 100191)

ABSTRACT: The work aims to shorten the time of traditional accelerated reliability growth tests and consider the effect of delayed corrections on product reliability. A double-stress accelerated reliability growth test method considering delayed corrections was proposed. Firstly, the reliability growth process was tracked with the AMSAA model based on delayed correction, and the model parameters were estimated by the maximum likelihood estimation method. Secondly, with temperature and vibration as the accelerated stress, an accelerated life test was carried out to obtain the test data, and the acceleration coefficient was obtained by the least square estimation method based on the generalized eyring model. Then, the product reliability was extrapolated to normal stress level. The application case analysis of aircraft storage battery showed that the proposed method could shorten the test time by 29.4% compared with the high-stress accelerated reliability growth test based on single-stress loading and the delayed corrections method had an impact on the product reliability. It provides technical methods for reliability evaluation of high-stress accelerated reliability growth tests under double-stress loading and delayed corrections.

KEY WORDS: double-stress; accelerated reliability growth; AMSAA model; generalized eyring model; acceleration coefficient; delayed corrections

收稿日期: 2023-09-14; 修订日期: 2023-09-25

Received: 2023-09-14; Revised: 2023-09-25

基金项目: 国家自然科学基金 (72371008, 71971009)

Fund: The National Natural Science Foundation of China (72371008, 71971009)

引文格式: 邢浩, 杨军. 考虑延缓纠正的双应力加速可靠性增长试验方法[J]. 装备环境工程, 2023, 20(10): 001-007.

XING Hao, YANG Jun. A Double Stress Accelerated Reliability Growth Test with Delayed Corrections[J]. Equipment Environmental Engineering, 2023, 20(10): 001-007.

可靠性增长试验是通过对产品施加真实的或模拟的环境应力,揭示产品的故障,并采取纠正措施,从而提高产品的可靠性,使其达到预定要求的一种试验。它是一个有计划的试验—分析—改进过程,其目的是对暴露的问题采取有效的纠正措施,从而达到预定的可靠性增长目标,是提高产品可靠性的有效方法之一^[1-6]。然而,随着科学技术的发展,许多可修系统,如动力装置^[7]、控制仪表^[8]、航空航天部件^[9]等,在可靠性增长试验前具有较高的可靠性,其故障间隔时间长,在正常应力下开展可靠性增长试验周期长,成本高。为了有效地解决这一问题,将加速寿命试验^[10-13]思想引入到可靠性增长试验中,得到了加速可靠性增长试验方法。通过施加比正常应力更严酷的应力,加速产品的失效,然后进行相应的分析和纠正,实现产品可靠性的快速增长。

在过去几十年,加速可靠性增长试验得到了大力发展^[14-23]。Yu等^[14]在Cox的加速寿命模型和Duane可靠性增长模型的基础上,提出了一种加速可靠性增长模型。Acevedo等^[15]对加速寿命试验进行了回顾,发现执行良好的加速寿命试验是实现产品可靠性增长的有效方法。周源泉等^[16]基于Arrhenius和逆幂律模型,给出了恒应力加速可靠性增长试验中单个失效时间数据的统计分析方法。Ye等^[17]基于AMSAA-BISE模型和广义艾琳模型,提出了双应力加速可靠性增长试验方法。Feinberg^[18]研究了单应力和多应力水平可靠性增长寿命数据的卡方加速可靠性增长模型。Ruiz等^[19]提出了一种贝叶斯加速可靠性增长方法,采用分块分解技术对部件的加速寿命试验数据进行聚合,估计产品的可靠性。Ruiz等^[20]提出了一种贝叶斯框架来分析可靠性增长中的加速寿命试验数据。Anand等^[21]在加速可靠性增长试验的基础上,提出了一种进行磁共振成像系统可靠性试验的方法。Ruiz等^[22]提出了一种在加速可靠性增长计划中利用退化数据进行系统可靠性预测的模型。Ruiz等^[23]提出了一种贝叶斯选择加速可靠性增长方法来加速潜在失效模式的发生。

然而,上述研究大多集中在单加速应力下进行加速可靠性增长试验上,而且在低加速应力水平下开展加速可靠性增长试验时间过长,工程上难以接受。此外,在采用延缓纠正方式下,由于失效没有立即纠正,因此在试验结束时,采取延缓纠正将影响产品的可靠性。因此,为了更有效地缩短试验时间,并考虑延缓纠正对产品可靠性的影响,本文提出了一种考虑延缓纠正的双应力加速可靠性增长试验方法。首先,利用AMSAA模型跟踪最高加速应力水平组合下的可靠性增长过程。其次,以温度和振动为加速应力,在不同应力水平组合下进行加速寿命试验,得到加速寿命试验数据,基于广义Eyring模型,通过最小二乘估计法得到加速系数。然后,结合加速系数,将试验结

束时的产品可靠性外推到正常应力水平。最后,以航空蓄电池为例,验证了所提方法的有效性。本文针对单加速应力下加速可靠性增长试验时间过长的问题,提出了双应力加载方式下的高应力加速可靠性增长试验方法,在最高加速应力水平组合下进行可靠性增长试验,更有效地缩短试验时间。另外,由于采取即时修正会占用产品较长时间,因此提出在高应力加速可靠性增长试验中采用延缓纠正的方式,并考虑延缓纠正对产品可靠性的影响。

1 模型建立

1.1 基本假设

在进行延缓纠正的双应力加速可靠性增长试验方法之前,需要给出7个假设。基于文献[24],给出假设1~4来描述试验中故障分类、针对故障采取的纠正方式以及故障模式和失效数服从的分布。根据工程实际和文献[16],给出假设5来描述可靠性如何增长,假设6来描述产品失效机理不发生改变。基于文献[10],给出假设7来描述加速系数。

假设1^[24]。故障模式可分为A类故障和B类故障,且故障模式彼此独立,任何故障发生都会导致系统故障。

假设2^[24]。对于潜在的B类故障,一些B类故障采取即时纠正方法,其余的B类故障则采取延缓纠正方法。

假设3^[24]。发现的B类失效模式的数目服从非齐次泊松过程,其均值函数为幂函数。

假设4^[24]。试验段中,持续试验时间 t 的每一个A类失效模式下的失效数目和每一个B类失效模式下的失效数目均为齐次泊松过程。

假设5^[16]。在最高的加速应力水平组合下,采取纠正措施后,产品的可靠性显著提高。

假设6^[16]。在正常及加速应力水平 S_i 下,产品故障机理不变的条件为:过程的某个参数或过程的某些参数的函数不随 S_i 的变化而异。

假设7^[10]。在正常应力水平 S_0 下,产品的失效分布函数为 $F_0(t)$, $t_{p,0}$ 为产品达到失效率 p 的时间,也就是 $F_0(t_{p,0})=p$;在正常应力水平 S_i 下,产品的失效分布函数为 $F_i(t)$, $t_{p,i}$ 为产品达到失效率 p 的时间,也就是 $F_0(t_{p,i})=p$,则加速应力水平 S_i 对于正常应力水平 S_0 的加速系数为:

$$K_{S_i \sim S_0} = \frac{t_{p,0}}{t_{p,i}} \quad (1)$$

1.2 加速可靠性增长模型

1) 加速寿命模型。本节以温度和振动作为加速应力为例,产品的特征寿命与加速应力水平之间的关

系满足广义艾林模型。对于双应力情况, 采用温度和温度应力同时作用于加速寿命试验:

$$\ln \xi = c + d\phi_1(T) + e\phi_2(V) + f\phi_1(T)\phi_2(V) \quad (2)$$

式中: c 、 d 、 e 、 f 为模型参数; $\phi_1(T) = 1/T$;

$\phi_2(V) = \ln V$ 。

2) 可靠性增长模型。为考虑采用延缓纠正方式对系统可靠性的影响, 本节采用基于延缓纠正 AMSAA 模型作为可靠性增长模型。模型原理: 该模型相关参数估计过程用来评估延缓纠正对产品可靠性的影响。特别是, 在第二试验阶段之前, 模型和估计过程可以评估系统在采取延缓纠正后的故障强度。失效强度表示为 $r(T)$, 其中 T 表示第一阶段的试验时间。该模型对 $r(T)$ 的估计基于: 从试验阶段获得 A、B 类失效的失效数据; 在试验阶段发现的 B 类失效的 d_i 估计值。

在第一试验阶段, 没有采取纠正措施的产品的失效强度为:

$$\hat{r}_{\text{unadj}}(T) = \frac{N_A}{T} + \frac{\sum_{i \in \text{obs}} N_i}{T} \quad (3)$$

式中: obs 为试验段发生的所有 B 类失效构成的集合。

纠正过程估计 $r(T)$ 的基础是试验段内的 B 类失效模式 i 的失效数由 N_i 减少到 $(1-d_i)N_i$, 其中 d_i 是对失效模式 i 的实际估计。纠正过程对 $r(T)$ 的估计为:

$$\hat{r}_{\text{adj}}(T) = \frac{N_A}{T} + \frac{\sum_{i \in \text{obs}} (1-d_i)N_i}{T} \quad (4)$$

该模型可以估计在试验段内延缓纠正后系统的失效强度 $r(T)$ 。此估计是对 $r(T)$ 期望值的一个估计, 即 $\rho_c = E[r(T)]$, 其近似估计为:

$$\rho_c(T) = \lambda_A + \sum_{i=1}^K (1-d_i)\lambda_i + \mu_d \cdot h_c(T) \quad (5)$$

式 (5) 右端的前两项与 $\hat{r}_{\text{adj}}(T)$ 相等。 λ_A 为假设恒定的 A 类失效的失效率, λ_i 为 B 类失效中失效模式 i 的初始失效率。 μ_d 是假定所有 d_i 的共同均值, 函数 $h_c(T)$ 表示试验段结束时新的 B 类失效的出现概率。根据经验研究, 在试验 $[0, t]$ 期间发现的不同的 B 类失效数可以近似表示成幂函数的形式:

$$\mu_c(t) = \lambda t^\beta \quad \lambda, \beta > 0 \quad (6)$$

具体地说, 它假设 $[0, t]$ 内出现的不同的 B 类失效数服从一个非齐次泊松分布, 均值函数为 $\mu_c(t)$, 则:

$$h_c(t) = \frac{d\mu_c(t)}{dt} = \lambda \beta t^{\beta-1} \quad (7)$$

即为 t 时刻 B 类失效的失效率。

为了估计 $\rho_c(T)$, 首先第一部分 λ_A 在 $[0, T]$ 内是恒定的, 估计值为:

$$\hat{\lambda}_A = \frac{N_A}{T} \quad (8)$$

式中: N_A 为 $[0, T]$ 内的 A 类失效数。

根据假设 4, 所有的纠正都推迟到试验段结束后, B 类失效模式 i 的失效率在 $[0, T]$ 内保持恒定, 估计值为:

$$\hat{\lambda}_i = \frac{N_i}{T} \quad (i=1, 2, \dots, K) \quad (9)$$

式中: N_i 表示 $[0, T]$ 内 B 类失效模式 i 的失效数。

为了得到系统失效率, 下一步是确定 T 时刻估计新出现的 B 类失效的概率 $h_c(T) = \lambda \beta T^{\beta-1}$ 。

根据式 (10) 解出 $\hat{\lambda}$, 则 $h_c(T)$ 的估计值可以用 m 和 β 表示, 见式 (11)。

$$E(\hat{\lambda}_i) = \frac{E(N_i)}{T} = \frac{\lambda_i T}{T} = \lambda_i \quad (10)$$

$$\hat{h}_c(T) = \hat{\lambda} \hat{\beta} T^{\hat{\beta}-1} = \left(\frac{m}{T^{\hat{\beta}}} \right) \hat{\beta} T^{\hat{\beta}-1} = \frac{m \hat{\beta}}{T} \quad (11)$$

为了完成对系统失效强度的估计, 必须估计模型中系统失效强度的期望值 $\rho_c(T)$:

$$\rho_c(T) = \lambda_A + \sum_{i=1}^K (1-d_i)\lambda_i + \mu_d \cdot h_c(T) \quad (12)$$

根据 $\hat{\beta}$, 又因 $i \in \text{obs}$, $N_i=0$, 于是:

$$\hat{\rho}_c(T) = \frac{1}{T} \left\{ N_A + \sum_{i \in \text{obs}} (1-d_i)N_i + \hat{\beta} \sum_{i \in \text{obs}} d_i \right\} \quad (13)$$

根据 $N^* = N_A + \sum_{i \in \text{obs}} (1-d_i)N_i$, 式 (13) 可以改

写成:

$$\hat{\rho}_c(T) = \frac{1}{T} \left\{ N^* + \hat{\beta} \sum_{i \in \text{obs}} d_i \right\} \quad (14)$$

式中: N^* 为 $[0, T]$ 上纠正后的失效数。由于以前用到的对于整合了延缓纠正的系统失效强度的调整过

程估计是由 $\hat{r}_{\text{adj}}(T) = \frac{N^*}{T}$ 给出的, 因此可以得到:

$$\hat{r}_{\text{adj}}(T) < \hat{\rho}_c(T) \quad (15)$$

根据式 (15) 可以得到:

$$\hat{M}_c(T) < [\hat{r}_{\text{adj}}(T)]^{-1} \quad (16)$$

1.3 多应力加速可靠性增长模型参数估计

1) 可靠性增长模型参数极大似然估计。在最高应力水平组合下开展可靠性增长试验, 截尾时间为 T , 在时间 $[0, T]$ 内共发生 m 次 B 类失效, 不同种类的 B 类失效首次发生时间为 $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_m \leq T$ 。因为 $\{N(t); t > 0\}$ 具有独立增量, 对于 $t_i > t_{i-1}$, $N(t_i - t_{i-1}) = N(t_i) - N(t_{i-1})$ 服从均值函数为 $EN(t_i) - EN(t_{i-1})$ 的泊松分布。在极小时间区间 $(t_{i-1}, t_{i-1} + dt)$ 内, 失效率为 $\lambda(t)dt$ 。当 $N(t) = m$, 观测时间 $(t_1, t_2, \dots, t_m)$ 的极大似然函数为:

$$L(t_1, t_2, \dots, t_m; \lambda, \beta) = \prod_{j=1}^n \lambda(t_j) \cdot \exp \left[-\int_0^T \lambda(u) du \right] = \prod_{j=1}^n t_j^{\beta-1} \cdot (\lambda\beta)^n \cdot \exp(-\lambda T^\beta) \quad (17)$$

对式(17)两边分别取对数, 得:

$$\ln L(t_1, t_2, \dots, t_m; \lambda, \beta) = m \ln \lambda\beta - \lambda T^\beta + (\beta-1) \sum_{j=1}^n \ln t_j \quad (18)$$

式(18)分别对 β 和 λ 求导, 并使其等于0, 得:

$$\begin{cases} \frac{\partial \ln L(t_1, t_2, \dots, t_m; \lambda, \beta)}{\partial \beta} = 0 \Rightarrow \frac{m}{\beta} - \lambda T^\beta \ln T + \sum_{j=1}^m \ln t_j = 0 \\ \frac{\partial \ln L(t_1, t_2, \dots, t_m; \lambda, \beta)}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow \frac{m}{\lambda} - T^\beta = 0 \end{cases} \quad (19)$$

然后得到模型的极大似然估计值:

$$\hat{\lambda} T^{\hat{\beta}} = m \quad (20)$$

$$\hat{\beta} = \frac{m}{\sum_{i=1}^m \ln \left(\frac{T}{t_i} \right)} \quad (21)$$

2) 加速模型参数的最小二乘估计。通过对式(2)进行多元回归分析, 可以获取加速模型的参数。回归分析过程如下: 加速寿命试验的数据集为 $(Y_i, \ln V_i, T_i)$, $i=1, 2, 3, \dots, n$, 其中, $Y_i = \ln \xi_i$, 代入式(2)得:

$$\begin{cases} Y_1 = c + d/T_1 + e \ln V_1 + f \ln V_1/T_1 + \varepsilon_1 \\ Y_2 = c + d/T_2 + e \ln V_2 + f \ln V_2/T_2 + \varepsilon_2 \\ \vdots \\ Y_n = c + d/T_n + e \ln V_n + f \ln V_n/T_n + \varepsilon_n \end{cases} \quad (22)$$

其中, $\varepsilon_i (i=1, 2, \dots, l)$ 服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$, 且 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_l$ 相互独立。

将式(22)转换成矩阵形式:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1/T_1 & \ln V_1 & \ln V_1/T_1 \\ 1 & 1/T_2 & \ln V_2 & \ln V_2/T_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1/T_n & \ln V_n & \ln V_n/T_n \end{bmatrix}, \mathbf{X} = \begin{bmatrix} c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (23)$$

式(22)可以重新写为:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{AX} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (24)$$

通过最小二乘估计方法估计的参数, 能够使得偏差平方和达到最小值 $Q_{\min}$:

$$Q = \sum_{i=1}^n (\mathbf{Y} - \mathbf{c} - d/T_i - e \ln V_i - f \ln V_i/T_i)^2 \quad (25)$$

则参数结果估计为:

$$\mathbf{X} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{Y}) \quad (26)$$

因此, 4个参数估计结果为:

$$c = X(1), d = X(2), e = X(3), f = X(4) \quad (27)$$

2 结果及分析

航空蓄电池作为飞机发动机的起动电源, 其可靠性水平的高低直接影响航空产品的使用, 因此本节以航空蓄电池为例(如图1所示), 阐述了所提出方法的有效性, 给出了高应力水平组合下的加速可靠性增长试验方法。根据产品的特性, 首先给出加速应力和水平大小。选择温度和振动作为加速应力, 每种应力都有4个水平, 见表1。温度的正常水平为 $T_0=298$ K, 振动的正常水平为 $V_0=0.03$ g^2/Hz 。通过均匀设计, 应力水平组合见表2。



图1 航空蓄电池

Fig.1 Aircraft storage battery

表1 环境应力与水平大小

Tab.1 Environment stress and level

编号	应力与水平		
	应力	范围	水平
1	温度/K	[302.15, 343.15]	303, 313, 323, 343
2	振动/($g^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$)	[0.03, 0.06]	0.035, 0.04, 0.05, 0.06

表2 均匀设计下应力组合

Tab.2 Stress combinations by uniform design

编号	水平组合		
	温度/K	振动/($g^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$)	样品数
1	303	0.05	1
2	313	0.04	1
3	323	0.035	1
4	343	0.06	1

2.1 加速寿命试验

根据实际工程背景, 航空航天电子产品的特征寿命为 11 000 h, 该产品的目标 MTBF 为 18 000 h。目前产品处于工程研制阶段, 在高应力加速可靠性增长试验前进行了 4 组可靠性试验, 加速寿命试验在 4 种应力水平组合下同步进行, 该产品的特征寿命分别为 10 000、8 500、6 500、4 500 h。

加速寿命方程的最小二乘估计为 $c=19.3, d=-3\ 264.7, e=5.7, f=-1\ 788.1$ 。然后由式(1)和式(2), 计算

得出正常应力条件下产品的特征寿命和加速系数, 见表 3。

表 3 4 组应力水平下的特征寿命与加速系数

Tab.3 Characteristic life and acceleration coefficient under four stress combinations

序号	温度 应力/K	振动应力 (g ² ·Hz ⁻¹)	正常应力条件下 特征寿命/h	加速系数
1	303	0.05	16 604	1.6
2	313	0.04	16 604	1.9
3	323	0.035	16 604	2.5
4	343	0.06	16 604	3.6

2.2 高应力水平组合下的可靠性增长试验

在得到加速系数后, 进行高应力加速可靠性增长试验, 并在每阶段结束时进行延缓纠正, 以实现可靠性增长。第一阶段产品的试验时间为 4 000 h, 共发现 5 次故障, 其中 A 类失效 1 次, B 类失效 4 次, 将其中 2 个 B 类失效进行即时纠正, 其余 2 个 B 类故障采用延缓纠正策略。不同类型 B 失效的首次失效时间为 t_i , 且 $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_i < T = 4\,000\text{ h}$ 。第一试验阶段 2 个 B 类失效的试验数据见表 4。

表 4 第一阶段 B 类失效试验数据

Tab.4 Test data of B failure in the first test phase

编号	失效时间/h	失效数 N_i	纠正系数 d_i
1	550.3	1	0.8
2	1 143.5	1	0.85
总计		2	1.65

采取延缓纠正前, 产品的失效率为:

$$\hat{r}_{\text{unadj}}(T) = \frac{N_A}{T} + \frac{\sum_{i \in \text{obs}} N_i}{T} = 0.000\,75$$

相应的产品的 MTBF 值 (η_{MTBF}) 为:

$$\eta_{\text{MTBF}} = \{\hat{r}_{\text{unadj}}(4\,000)\}^{-1} = 1\,333.3\text{ h}$$

在第一阶段末采取延缓纠正后, 产品的失效率为:

$$\hat{r}_{\text{adj}}(T) = \frac{N_A}{T} + \frac{\sum_{i \in \text{obs}} (1-d_i) N_i}{T} = 0.000\,387\,5$$

相应的产品 MTBF 值为:

$$\eta_{\text{MTBF}} = \{\hat{r}_{\text{adj}}(4\,000)\}^{-1} = 2\,563.0\text{ h}$$

由式 (20) 和式 (21) 可得, 可靠性增长模型的参数估计值为 $\hat{\beta} = 0.6$, $\hat{\lambda} = 0.013\,7$ 。

在第一试验阶段结束时进行纠正后, 产品失效率的预期值为:

$$\hat{\rho}_c(T) = \frac{1}{T} \left\{ N_A + \sum_{i \in \text{obs}} (1-d_i) N_i + \hat{\beta} \sum_{i \in \text{obs}} d_i \right\} = 0.000\,635$$

在第一试验阶段结束时进行纠正后产品的 MTBF 值为:

$$\eta_{\text{MTBF}} = \{\hat{\rho}_c(4\,000)\}^{-1} = 1\,574.8\text{ h}$$

第二试验阶段的截尾失效时间为 $T=6\,000\text{ h}$ 。B 类失效的试验数据见表 5。

表 5 第二阶段 B 类失效试验数据

Tab.5 Test data of B failure in the second test phase

编号	失效时间/h	失效数 N_i	纠正系数 d_i
1	492.6	1	0.8
总计		1	0.8

采取延缓纠正前, 产品的失效率为:

$$\hat{r}_{\text{unadj}}(T) = \frac{N_A}{T} + \frac{\sum_{i \in \text{obs}} N_i}{T} = 0.000\,33$$

相应的产品 MTBF 值为:

$$\eta_{\text{MTBF}} = \{\hat{r}_{\text{unadj}}(6\,000)\}^{-1} = 3\,000\text{ h}$$

在第二阶段末采取延缓纠正后, 产品的失效率为:

$$\hat{r}_{\text{adj}}(T) = \frac{N_A}{T} + \frac{\sum_{i \in \text{obs}} (1-d_i) N_i}{T} = 0.000\,2$$

相应的产品 MTBF 值为:

$$\eta_{\text{MTBF}} = \{\hat{r}_{\text{adj}}(6\,000)\}^{-1} = 5\,000\text{ h}$$

由式 (20) 和式 (21) 可得, 可靠性增长模型的参数估计值为 $\hat{\beta} = 0.4$, $\hat{\lambda} = 0.03$ 。

在第二试验阶段结束时进行纠正后, 产品失效率的预期值为

$$\hat{\rho}_c(T) = \frac{1}{T} \left\{ N_A + \sum_{i \in \text{obs}} (1-d_i) N_i + \hat{\beta} \sum_{i \in \text{obs}} d_i \right\} = 0.000\,253$$

在第二试验阶段结束时进行纠正后产品的 MTBF 值为:

$$\eta_{\text{MTBF}} = \{\hat{\rho}_c(6\,000)\}^{-1} = 3\,952.6\text{ h}$$

第二试验阶段的截尾失效时间为 $T=8\,000\text{ h}$, B 类失效的试验数据见表 6。

表 6 第二阶段 B 类失效试验数据

Tab.6 Test data of B failure in the third test phase

编号	失效时间/h	失效数 N_i	纠正系数 d_i
1	300	1	0.8
总计		1	0.8

采取延缓纠正前, 产品的失效率为:

$$\hat{r}_{\text{unadj}}(T) = \frac{N_A}{T} + \frac{\sum_{i \in \text{obs}} N_i}{T} = 0.000\,25$$

相应的产品 MTBF 值为:

$$\eta_{\text{MTBF}} = \{\hat{r}_{\text{unadj}}(8\,000)\}^{-1} = 4\,000\text{ h}$$

在第三阶段末采取延缓纠正后, 产品的失效率为:

$$\hat{r}_{\text{adj}}(T) = \frac{N_A}{T} + \frac{\sum_{i \in \text{obs}} (1-d_i) N_i}{T} = 0.000\,15$$

相应的产品 MTBF 值为:

$$\eta_{\text{MTBF}} = \{\hat{\tau}_{\text{adj}}(8\,000)\}^{-1} = 6\,666.7\text{ h}$$

由式(20)和式(21)可得,可靠性增长模型的参数估计值为 $\hat{\beta} = 0.3$, $\hat{\lambda} = 0.067$ 。

在第三试验阶段结束时进行纠正后,产品失效率的预期值为:

$$\hat{\rho}_c(T) = \frac{1}{T} \left\{ N_A + \sum_{i \in \text{obs}} (1-d_i) N_i + \hat{\beta} \sum_{i \in \text{obs}} d_i \right\} = 0.000\,1$$

在第三试验阶段结束时进行纠正后,产品的 MTBF 值为:

$$\eta_{\text{MTBF}} = \{\hat{\rho}_c(8\,000)\}^{-1} = 5\,555.6\text{ h}$$

外推到正常条件下产品的 MTBF 值为:

$$\eta_{\text{MTBF,RGT}}(8\,000) = K_4 \times \eta_{\text{MTBF,RGT}}(8\,000) = 18\,889.04\text{ h}$$

为了验证产品的失效机理不发生变化,通过 Bartlett 检验,对假设(6)进行了验证,即检验假设: $H_0: b_1 = b_2 = \dots = b_m = b$, $H_1: b_i (i=1,2,\dots,m)$ 不全相等。

由于 $2M_i \hat{b}_i / b_i \sim \chi_{2M_i}^2$, 故可据此构成 Bartlett 检验。其中, $\hat{b}_i = M_i \bar{b}_i / (M_i - 1)$ 修正的 Bartlett 似然比统计量^[25]为:

$$B = 2 \left[\sum_{i=1}^m M_i \ln \hat{b}_i' + M \ln \left(M^{-1} \sum_{i=1}^m M_i / \hat{b}_i \right) \right] / \left\{ 1 + \left(\sum_{i=1}^m M_i^{-1} - M^{-1} \right) / [6(m-1)] \right\}$$

式中: $M = \sum_{i=1}^m M_i$, 因 $B \sim \chi_{m-1}^2$, 故当 $B \leq \chi_{m-1,1-\alpha}^2$

时,则接收 H_0 ; 否则,拒绝 H_0 。

根据三阶段可靠性增长模型形状参数的估计值,可得修正的 Bartlett 统计量为 $B = 2.314\,6 < \chi_{m-1,0.9}^2 = 2.342\,1$, 故不能拒绝假定 H_0 , 即认为 $b_1 = b_2 = b_3 = b$, 在高应力加速可靠性增长试验下,产品的失效机理不发生改变。

为验证 AMSAA 模型的合理性,本文使用克莱默-冯-米塞斯方法^[26]。

计算拟合优度统计量 $C^2(M)$:

$$C^2(M) = 1/12M + \sum_{j=1}^M \left[\left(t_j / T \right)^{\bar{b}} - (2j-1)/2M \right]^2$$

式中: M 是拟合优度检验的参数, $M=n$; $\bar{b}$ 是 b 的无偏估计, $\bar{b} = (n-1) / \sum_{j=1}^n \ln T / t_j$ 。

选择显著性水平 $\alpha=0.1$, 通过计算三阶段的拟合优度检验统计量, 得到 $C_1^2(5) = 0.124$, $C_1^2(5) \leq C_1^2$

$(5,0.1) = 0.160$; $C_2^2(2) = 0.137$, $C_2^2(2) \leq C_2^2(2,0.1) = 0.162$; $C_3^2(2) = 0.121$, $C_3^2(2) \leq C_3^2(2,0.1) = 0.162$, 数据满足所提 AMSAA 模型。通过 3 个阶段的高应力加速可靠性增长, 已经达到产品规定的目标 MTBF 值 18 000 h, 故试验停止, 产品失效率如图 2 所示。从图 2 可以看出, 考虑延缓纠正下产品的失效率高于不考虑延缓纠正下产品的失效率, 验证了延缓纠正对产品可靠性有影响。因此, 在工程中, 如果采取延缓纠正方式, 则应考虑延缓纠正对产品可靠性的影响。

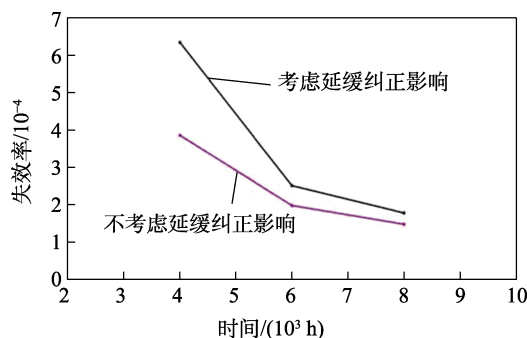


图 2 产品失效率
Fig.2 Failure rate of products

将单应力下的高应力加速可靠性增长试验方法与所提方法进行对比, 结果见表 7。从表 7 可以看出, 当可靠性增长目标值为 18 000 h 时, 高应力加速可靠性增长试验在单应力下所需的总试验时间为 10 359.7 h, 而所提方法所需的总试验时间为 8 000 h。因此, 本文所提方法节省了更多的试验时间, 效果明显。

表 7 所提方法与单应力高加速可靠性增长试验比较
Tab.7 Comparison between HARGT under single-stress and the proposed method

方法	可靠性增长目标值/h	加速应力	加速系数	总试验时间/h
单应力	18 000	343 K	2.5	10 359.7
本文所提方法	18 000	343 K, 0.06 g ² /Hz	3.4	8 000

3 结论

1) 通过采用双应力加载方式下的高应力加速可靠性增长试验, 验证了所提方法的有效性。试验结果对比表明, 所提方法比单应力加载方式能够节省 29.4% 的试验时间, 效果更显著。

2) 采用延缓纠正方式的确对产品的可靠性有影响, 因此在实际工程中, 应该采取合适的纠正措施, 更加有效地提高产品服役时间。

参考文献:

- [1] AWAD M. Economic Allocation of Reliability Growth Testing Using Weibull Distributions[J]. Reliability

- Engineering & System Safety, 2016, 152: 273-280.
- [2] XU J Y, YU D, XIE M, et al. An Approach for Reliability Demonstration Test Based on Power-Law Growth Model[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2017, 33(8): 1719-1730.
- [3] LI Zhao-jun, MOBIN M, KEYSER T. Multi-Objective and Multi-Stage Reliability Growth Planning in Early Product-Development Stage[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2016, 65(2): 769-781.
- [4] BYUN J E, NOH H M, SONG J. Reliability Growth Analysis of k -out-of- N Systems Using Matrix-Based System Reliability Method[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2017, 165: 410-421.
- [5] HEYDARI M, SULLIVAN K M. An Integrated Approach to Redundancy Allocation and Test Planning for Reliability Growth[J]. Computers & Operations Research, 2018, 92: 182-193.
- [6] CROW L H. Reliability Growth Projection from Delayed Fixes[C]// Proceedings of RAMS 1983 Symposium. New York: Newman Laboratory of Nuclear Studies, 1983.
- [7] CHOI U M, JØRGENSEN S, BLAABJERG F. Advanced Accelerated Power Cycling Test for Reliability Investigation of Power Device Modules[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2016, 31(12): 8371-8386.
- [8] YANG Ya-guang, RUSSELL S. Reliability Estimation for a Digital Instrument and Control System[J]. Nuclear Engineering and Technology, 2012, 44(4): 405-414.
- [9] KUMAR B P, KUMAR C, KUMAR V S, et al. Reliability Considerations of Spherical Phased Array Antenna for Satellites[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2018, 54(3): 1381-1391.
- [10] COLLINS D H, FREELS J K, HUZURBAZAR A V, et al. Accelerated Test Methods for Reliability Prediction[J]. Journal of Quality Technology, 2013, 45(3): 244-259.
- [11] WANG Liang. Estimation of Constant-Stress Accelerated Life Test for Weibull Distribution with Nonconstant Shape Parameter[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2018, 343: 539-555.
- [12] ABDEL GHALY A A, ALY H M, SALAH R N. Different Estimation Methods for Constant Stress Accelerated Life Test under the Family of the Exponentiated Distributions[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2016, 32(3): 1095-1108.
- [13] NASSAR M, DEY S. Different Estimation Methods for Exponentiated Rayleigh Distribution under Constant-Stress Accelerated Life Test[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2018, 34(8): 1633-1645.
- [14] YU T, SONG B, FENG Y, et al. Research on Accelerated Reliability Growth Model (ARGM) in Constant Stress [C]// Asia Pacific Symposium on Safety 2005. Shaoxing: COSHA, 2005: 1991-1996.
- [15] ACEVEDO P E, JACKSON D S, KOTLOWITZ R W. Reliability Growth and Forecasting for Critical Hardware through Accelerated Life Testing[J]. Bell Labs Technical Journal, 2006, 11(3): 121-135.
- [16] 周源泉, 朱新伟. 论加速可靠性增长试验(V)单独故障时间数据的统计方法[J]. 推进技术, 2001, 22(4): 265-268.
ZHOU Yuan-quan, ZHU Xin-wei. Research on Accelerated Reliability Growth Testing (V) Statistical Methods for Individual Failure Time Data[J]. Journal of Propulsion Technology, 2001, 22(4): 265-268.
- [17] YE Yan-qing, JIANG Jiang, LIU Qi, et al. Accelerated Reliability Growth Test under Multiple Environment Stresses[C]// 2013 International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering (QR2MSE). Chengdu: IEEE, 2013.
- [18] FEINBERG A. Chi-Squared Accelerated Reliability Growth Model[C]// 2013 Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium (RAMS). Orlando: IEEE, 2013.
- [19] RUIZ C, LIAO Hai-tao, POHL E, et al. Bayesian Accelerated Reliability Growth of Complex Systems[C]// 2018 Annual Reliability and Maintainability Symposium (RAMS). Reno: IEEE, 2018.
- [20] RUIZ C, POHL E, LIAO Hai-tao, et al. A Bayesian Framework for Accelerated Reliability Growth Testing with Multiple Sources of Uncertainty[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2019, 35(3): 837-853.
- [21] ANAND, SHIN, SAXENA, et al. Accelerated Reliability Growth Test for Magnetic Resonance Imaging System Using Time-of-Flight Three-Dimensional Pulse Sequence [J]. Diagnostics, 2019, 9(4): 164.
- [22] RUIZ C, LIAO Hai-tao, POHL E A. Analysis of Correlated Multivariate Degradation Data in Accelerated Reliability Growth[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2021, 37(7): 3125-3144.
- [23] RUIZ C, HEYDARI M, SULLIVAN K M, et al. Data Analysis and Resource Allocation in Bayesian Selective Accelerated Reliability Growth[J]. IIE Transactions, 2020, 52(3): 301-320.
- [24] MIL-HDBK-189-1981, Reliability Growth Management[S].
- [25] 史全林, 周源泉. 多台系统幂律过程参数的比较[J]. 质量与可靠性, 2000(1): 31-34.
SHI Quan-lin, ZHOU Yuan-quan. Comparison of Power Law Process Parameters of Multiple Systems[J]. Quality and Reliability, 2000(1): 31-34.
- [26] ZHANG Jiu-jun, LI Er-jie, LI Zhong-hua. A Cramér-von Mises Test-Based Distribution-Free Control Chart for Joint Monitoring of Location and Scale[J]. Computers & Industrial Engineering, 2017, 110: 484-497.

责任编辑: 刘世忠