# 基于 LSCM 与多项式拟合的机翼气动载荷施加方法

喻支强，王轲*，杨翔宇
（南京航空航天大学 航空学院，南京 210016）

**摘要：目的** 将由机翼计算的离散气动载荷高精度等效作用于结构有限元节点上。**方法** 先通过最小二乘保角映射（Least Square Conformal Maps，LSCM）将机翼翼面的气动模型网格和有限元模型网格映射到同一个二维参数平面上，在此平面上用二维切比雪夫多项式拟合气动载荷的分布，然后代入结构有限元映射节点坐标，即可实现结构有限元离散载荷的施加。**结果** 采用本文方法，即可实现控制合力、压心坐标误差条件下的气动载荷在结构有限元网格上的整体离散施加。**结论** 采用 LSCM 方法可以实现大曲率壳向二维平面的保角映射。基于切比雪夫多项式建模与参数识别可以高精度拟合复杂的翼面气动载荷，二者的结合运用使得结构有限元载荷的施加可以兼具效率与精度。

**关键词：**机翼；气动载荷；曲面参数化；多项式拟合；载荷转换
**中图分类号：**V211.41 **文献标志码：**A **文章编号：**1672-9242(2024)09-0113-07
**DOI：**10.7643/ issn.1672-9242.2024.09.015

## Aerodynamic Load Application Method of Wing Based on LSCM and Polynomial Fitting

*YU Zhiqiang*, *WANG Ke**, *YANG Xiangyu*
(College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

**ABSTRACT:** The work aims to allocate the discrete aerodynamic load calculated by the wing to the finite element nodes of the structure precisely and equivalently. Firstly, the aerodynamic mesh and the finite element mesh were mapped to the same two-dimensional intermediate surface by Least Square Conformal Maps (LSCM), and then the distribution of the aerodynamic load was fitted by Chebyshev polynomial on the intermediate surface. Finally, the coordinates after finite element node mapping were substituted to convert the aerodynamic load into finite element load. With the method presented in this paper, the whole discrete allocation of aerodynamic load on the finite element mesh under the condition of control force and center of compression coordinate error can be realized. The LSCMmethod can realize conformal mapping of large curvature shells to two-dimensional planes. The Chebyshev polynomial modeling and parameter identification can fit the complex aerofoil aerodynamic loadwith high precision. The combination of the two methods can make the load conversion process both efficient and accurate.

**收稿日期：**2024-08-08；**修订日期：**2024-08-31
**Received：**2024-08-08；**Revised：**2024-08-31
**引文格式：**喻支强，王轲，杨翔宇. 基于 LSCM 与多项式拟合的机翼气动载荷施加方法[J]. 装备环境工程, 2024, 21(9): 113-119.
YU Zhiqiang, WANG Ke, YANG Xiangyu.Aerodynamic Load Application Method of Wing Based on LSCM and Polynomial Fitting[J]. Equipment Environmental Engineering, 2024, 21(9): 113-119.
*通信作者（Corresponding author）

**KEY WORDS:** wings; aerodynamic load; surface parameterization; polynomial fitting; load conversion

在飞机结构强度设计过程中，需要对结构有限元模型施加符合真实工况的表面载荷来计算力学特性。对于翼面的载荷可以由计算流体动力学（Computational Fluid Dynamics，CFD）计算获得[1-2]，结果形式即为各 CFD 模型网格对应的气动力压强。由于气动网格上节点位置、数量与用于强度计算的结构有限元模型网格全然不同，因此必须将气动载荷等效分配到结构有限元网格上，即所谓的气动载荷施加。

目前常用的气动载荷施加方法有“三点排”法[3]、“四点排”法[4]，并已经得到了具有实用性的成果[5-9]，但其存在边界极端点转换不合理、局部载荷分配不合理等问题。后续“多点排”法被学者提出[10-11]，但“多点排”法的局限在于，如果气动网格节点与部分有限元网格节点重合，则会导致难以求解[12]。Li 等[13]提出了一种新的基于多维拉格朗日乘子的计算方法，实现了在复杂外形表面上对有限元载荷的施加。国内外学者针对载荷转换问题提出了多种插值方法来解决，如反距离插值法（Inverse Distance Weighting Interpolation，IDW)[14]、Kriging 方法[15]和径向基函数法（Radial Basis Function，RBS）[16]等。Cheng 等[17]对不同的径向基函数进行了测试，其对比结果说明，不同的径向基函数会导致不同的结果，且采用 MQB（MultiquadricsB-spline）和 TPS（Thin Plate Spline）作为基函数时，可以获得更准确的计算结果。Vaibhav 等[18]、Guo 等[19]利用径向基函数对柔性多体系统进行了有限元载荷施加计算。邱智勇等[20]用结构的模态振型构造基函数来拟合气动载荷分布，Li 等[21]针对跨声速叶片的流固耦合问题，提出了一种改进的数据简化局部插值算法（Local Interpolation with Data Reduction，LIWDR），实现了载荷在流固界面之间的快速传递。张建刚等[22]利用样条曲面来拟合气动载荷的分布，并由该曲面求出有限元节点上的压力值。Mazhar 等[23]用神经网络技术，先求解具有势流假设的图神经常微分方程（Graph Neural Ordinary Differential Equations，GDE），到气动网格节点上的压力值，并用这些压力值来训练神经网络模型，最后插值得到有限元网格节点上的压力值。尽管这些方法大大提高了载荷转换的真实性与准确性，但仍存在对复杂载荷与复杂模型的载荷转换精度不稳定、计算效率低等问题。

本文引入最小二乘保角映射（LSCM）算法将翼面的网格模型从三维空间映射至二维平面上，用切比雪夫正交多项式在平面域上拟合气动载荷，依据气动载荷的离散分布结果识别多项式系数，再代入映射后的结构有限元网格坐标得到对应的节点的载荷，实现载荷转换。

## 1 LSCM 参数化

LSCM 参数化方法是由 Levy 等[24]基于柯西-黎曼方程提出的经典的自由边界共形参数化算法，可以构建三维网格曲面与平面参数域的映射关系，并且由于边界不固定，靠近边界的网格不会有过大的变形。对于三角网格曲面，如果能够使所有三角面片的角度不发生变化，理论上就能够很好地维持曲面的几何度量。因此，其思路是定义一个共形能量函数，将每个三角形的映射前后的变形程度用该共形能量函数来表示，共形能量越小，表示该三角网格映射前后变形越小。通过求解该共形能量函数的唯一最小值，完成三维曲面向二维的映射。

设每个三角形都有一个局部坐标系 $(x,y)$，在该坐标系下三角形法向是沿 $z$ 轴方向，三顶点坐标分别为 $(x_1,y_1)$、$(x_2,y_2)$、$(x_3,y_3)$。假设 $U:(x,y)\to(u,v)$ 是从三维空间到二维平面的映射，那么在局部坐标系下，柯西-黎曼方程被离散为：

$$\frac{\partial X}{\partial u}-i\frac{\partial X}{\partial v}=0 \tag{1}$$

用复数表示 $X$ 为：

$$X=x+iy \tag{2}$$

对于映射后的三角形，也可以用局部坐标系来表示，同理有：

$$U=u+iv \tag{3}$$

结合复数的反函数导数与三角形内的梯度公式，可以推出：

$$\frac{i}{2S}[\boldsymbol{W}_1,\boldsymbol{W}_2,\boldsymbol{W}_3]\begin{bmatrix}U_1\\U_2\\U_3\end{bmatrix}=0 \tag{4}$$

式中：$S$ 为三角形面积；$\boldsymbol{W}_1$、$\boldsymbol{W}_2$、$\boldsymbol{W}_3$ 是三角形节点坐标之间的向量，其表达式见式（5）。

$$\begin{cases}\boldsymbol{W}_1=(x_3-x_2)+i(y_3-y_2)\\\boldsymbol{W}_2=(x_1-x_3)+i(y_1-y_3)\\\boldsymbol{W}_3=(x_2-x_1)+i(y_2-y_1)\end{cases} \tag{5}$$

为保证网格映射后协调，定义共形能量 $C$，当共形能量 $C$ 最小时，可基本满足共形映射。每个三角形的共形能量表示为：

$$C(k)=\int\left|\frac{\partial U}{\partial x}+i\frac{\partial U}{\partial y}\right|^2dS=\left|\frac{\partial U}{\partial x}+i\frac{\partial U}{\partial y}\right|^2S_k=\frac{1}{4S_k}\left|(\boldsymbol{W}_{k1},\boldsymbol{W}_{k2},\boldsymbol{W}_{k3})(U_{k1},U_{k2},U_{k3})^T\right|^2,(k=1,2,3,\cdots,n) \tag{6}$$

式中：$S_k$ 为三角元面积；$n$ 为三角形的总个数；

$k$ 可以看作是三角单元的编号。

将共形能量转换为二次型形式，则网格总共形能量可以写成：

$$C(\Upsilon)=\sum_{k=1}^{n}C(k)=\boldsymbol{U}\cdot\left(\boldsymbol{M}\cdot\boldsymbol{M}\right)\boldsymbol{U} \tag{7}$$

式（7）中的矩阵 $\boldsymbol{M}=(M_{kq})$，其中：

$$M_{kq}=\begin{cases}\dfrac{W_{kq}}{\sqrt{S_k}}\\ 0\end{cases} \tag{8}$$

$\boldsymbol{M}$ 和 $\boldsymbol{U}$ 可以写成如下的复数形式：

$$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{A}+i\boldsymbol{B},\boldsymbol{U}=\boldsymbol{u}+i\boldsymbol{v} \tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{A}$ 为矩阵 $\boldsymbol{M}$ 的实部矩阵；$\boldsymbol{B}$ 为矩阵 $\boldsymbol{M}$ 的虚部矩阵；$\boldsymbol{u}$ 为 $\boldsymbol{U}$ 的实部向量；$\boldsymbol{v}$ 为 $\boldsymbol{U}$ 的虚部向量。共形能量可以写成：

$$C(\Upsilon)=\left[u^{\mathrm{T}},v^{\mathrm{T}}\right]\begin{bmatrix}A^{\mathrm{T}}A+B^{\mathrm{T}}B & -A^{\mathrm{T}}B+B^{\mathrm{T}}A\\ -B^{\mathrm{T}}A+A^{\mathrm{T}}B & B^{\mathrm{T}}B+A^{\mathrm{T}}A\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u\\ v\end{bmatrix}=\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_{\mathrm{C}}\boldsymbol{U} \tag{10}$$

当共形能量取到最小值时，有：

$$\nabla\boldsymbol{C}=\boldsymbol{L}_{\mathrm{C}}\boldsymbol{U}=0 \tag{11}$$

由于矩阵 $\boldsymbol{L}_{\mathrm{C}}$ 可由模型的初始节点和单元信息得出，所以依据式（11）可以得出映射后的节点坐标列阵 $\boldsymbol{U}$。

## 2　多项式拟合

在将机翼翼面的 2 种三维网格映射到同一个二维中间面后，以二维切比雪夫正交多项式在中间面上拟合气动载荷的分布。由于切比雪夫正交多项式具有良好的正交性质，可以减少系数矩阵的计算量。

对于参数化后处于二维平面域的气动网格节点，由于翼面上的气动载荷分布一定是连续且光滑的，故根据气动网格数据与对应的气动载荷的分布可以拟合得到一个连续且光滑的载荷曲面 $f(x,y)$。该曲面经过或近似经过所有的数据点，故也可以看作是气动载荷在该平面域的分布函数。

在对曲面进行拟合时，基于前 $n$ 阶切比雪夫多项式的曲面 $f(x,y)$ 可以写成：

$$f(x,y)=\sum_{m=0}^{n}f_m(x,y) \tag{12}$$

$f(x,y)$ 第 $m$ 阶子式为：

$$f_m(x,y)=\sum_{s=0}^{m}a_{ms}T_{ms} \tag{13}$$

其中：

$$T_{ms}(x,y)=T_s(x)T_{m-s}(y)(s=0,1,2\cdots m) \tag{14}$$

$a_{ms}(s=0,1,2\cdots m)$ 为 $f_m(x,y)$ 中每一项的系数。

显然，对于大量复杂数据点的曲面拟合一般不会使曲面通过每一个点，因此使用最小二乘法的思想，使得拟合的曲面在取样处的值与实际值之差的平方和达到最小即可，它的主旨思想就是测量数据与真实值之间的偏差平方和达到最小[25]，因此得出：

$$E(f)=\sum_{q=1}^{N}\left[f\left(x_q,y_q-p_q\right)\right]^2=\sum_{q=1}^{N}\left(\sum_{m=0}^{n}a_{ms}T_{ms}-p_q\right)^2 \tag{15}$$

式中：$E(f)$ 为计算误差平方和；$q$ 为节点编号；$P_q$ 为编号为 $q$ 的节点的气动载荷值；$N$ 为气动节点的总数。当 $E(f)$ 取到最小值时，要求对各个多项式系数 $a_{ms}$ 偏导为 0，由此求得最小二次解，即可得到多项式系数的近似解。此后代入也映射到该平面的结构有限元网格节点的二维坐标即可求出应该施加的转换后的气动载荷值。

## 3　载荷转换实例

选取标准三维机翼进行载荷转换实际操作，其流程如图 1 所示。

### 3.1　数据预处理

以 ONERA M6 标准梯形翼（后续简称 M6 机翼）为例，其半跨（末端）为 1 196.3 mm，根弦长为 810.49 mm，翼尖弦长（末端）为 455.91 mm，前缘弧度为 330°，尾缘弧度为 15.69°，圆角尖端跨度为 1 218.535 mm。在 ICEM CFD 软件中划分 M6 机翼的气动网格，网格节点数量为 10 650，单元数量为 10500。在 MSC.Patran 软件中划分 M6 机翼表面的有限元网格，网格节点数量为 3 075，单元数量为 3 000，均远小于气动模型。2 个模型的俯视图如图 2 所示。

在 ANSYS FLUENT 软件中，设置仿真条件为来流速度 0.839 5 马赫，迎角为 3.06°。利用气动模型进行稳态计算，并导出模型表面的节点压强值以及对应的节点编号，即为待分配的气动载荷。

### 3.2　载荷转换

通过在 MATLAB 中编制程序来完成载荷转换。首先在气动网格和有限元网格上各选择了 3 个顶点节点构成平面，将机翼翼面分为上翼面和下翼面。分割完毕后，分别用 LSCM 算法进行计算，其中将上翼面映射到中间面上的结果如图 3 所示。

2 种网格模型映射后形成的平面一致，网格映射也保形较好，体现了 LSCM 算法的优势。根据前述算法，依据气动网格节点在中间面上的映射坐标，依次使用拟合阶数为 3~15 的切比雪夫多项式进行载荷拟合与参数识别，并实现结构有限元的各节点

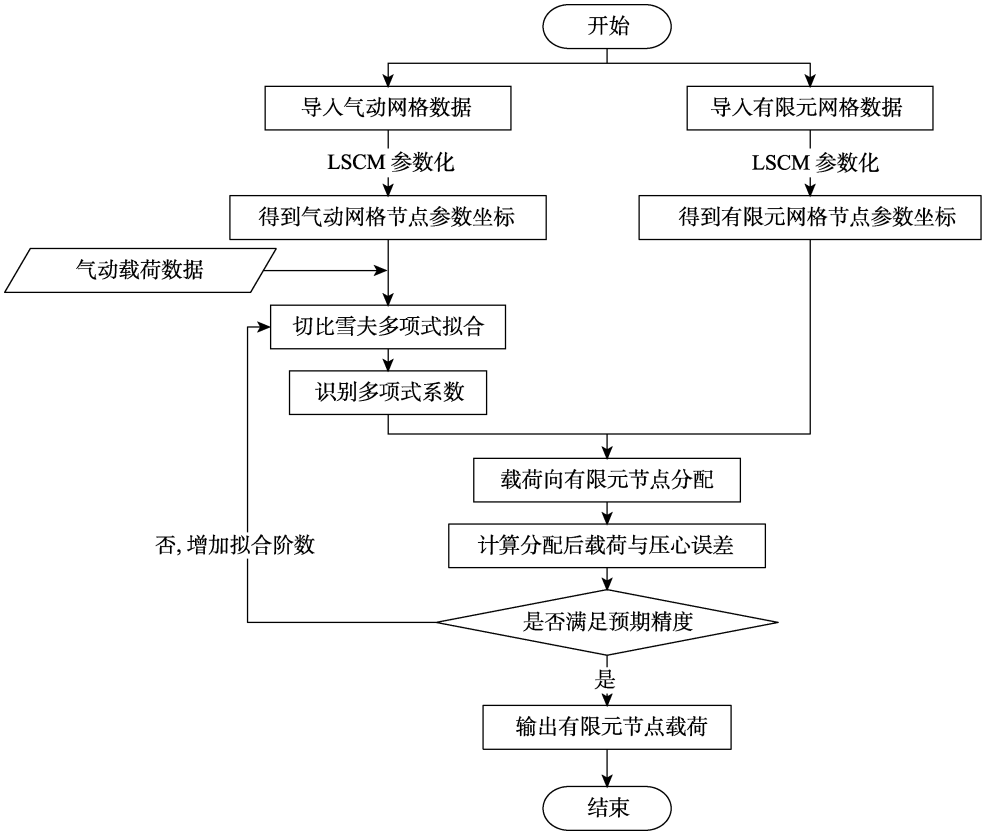
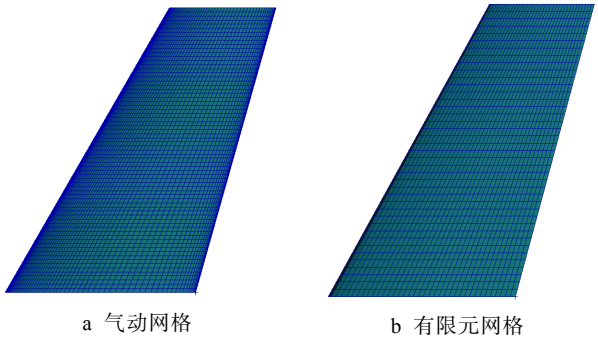



图 1　载荷转换流程

Fig.1 Flow chart of load conversion



a 气动网格　　b 有限元网格

图 2　M6 机翼网格俯视图

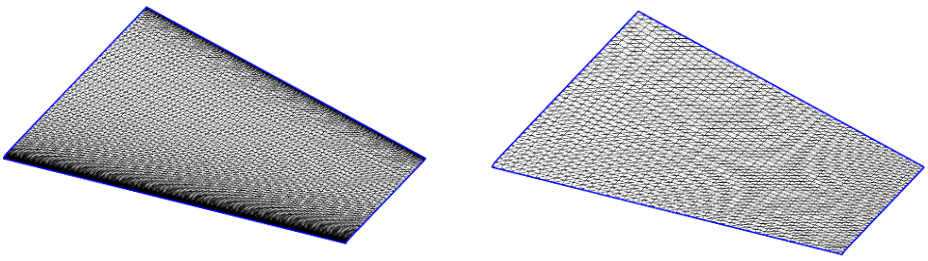
Fig.2 Top view of mesh of M6 wing: a) aerodynamic mesh; b)finite element mesh

载荷施加。

为验证载荷施加的精度，分别对载荷合力与压心位置的误差进行研判。载荷合力与压心位置的误差随拟合阶数提升而变化的情况如图 4 所示。

在拟合阶数为 3 阶时，合力与压心的误差即小于 5%，大于 7 阶后已基本收敛。当拟合系数取 7 时，计算用时 4.94 s。当拟合阶数取到 14 时，计算用时 11.37 s，有限元网格上的载荷分布如图 5 所示。

此时有限元网格上的载荷分布与气动网格模型上的载荷分布近似一致，若继续提高拟合阶数，分布精度提高有限，但用时会更多。如当拟合阶数取 30 时，计算用时 28.66 s。为兼顾精度与计算效率，实



a 气动网格上翼面　　b 有限元网格上翼面

图 3　上翼面 2 种网格映射结果对比

Fig.3 Comparison of upper airfoil mesh mapping results: a) upper airfoil of aerodynamic mesh; b)upper airfoil of finite element mesh

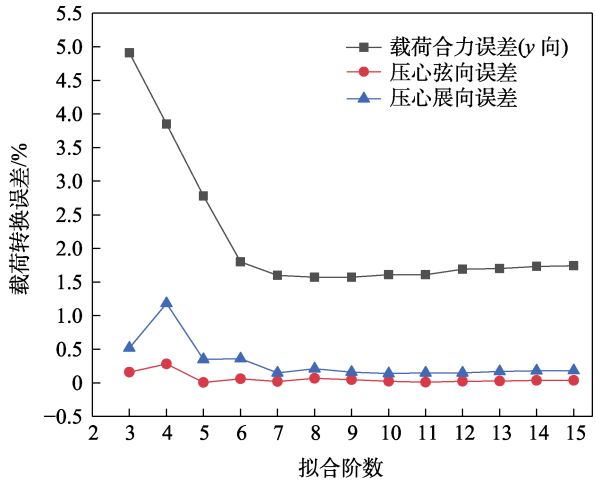
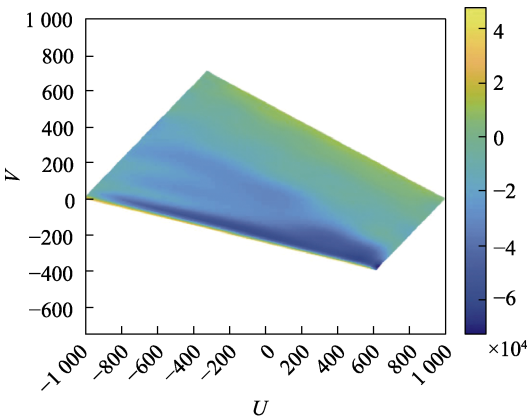
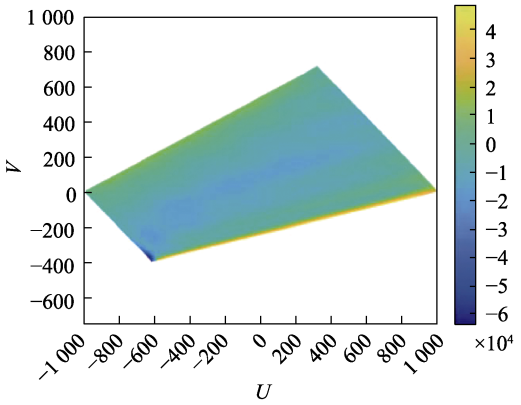



图 4　载荷合力与压心误差随拟合阶数增加而变化的曲线

Fig.4 Curve of resultant load force and pressure center error as fitting order increases




a 上翼面




b 下翼面

图 5　拟合阶数为 14 时有限元网格的载荷分布云图

Fig.5 Load distribution of finite element mesh when fitting order is 14: a)upper airfoil; b)lower airfoil

际拟合阶数取 14 比较合适。此时的合力、压心以及误差（机翼模型的弦向、展长总长度分别为 1.19、1.14 m）见表 1。

将转换得到的有限元载荷施加到有限元模型上进行静力分析，得出的应力与位移结果与气动模型的结果进行对比，结果如表 2 所示。

**表 1　有限元网格的合力与压心结果**

Tab.1 Results of resultant force and pressure center for finite element mesh

| 网格类型 | 合力/N | 压心/m | |
|---|---|---|---|
| | | 弦向 | 展向 |
| 气动网格 | 8 910.04 | –0.3531 | 0.547 6 |
| 有限元网格 | 8 767.37 | –0.3535 | 0.545 9 |
| 误差/% | 1.60 | 0.04 | 0.15 |

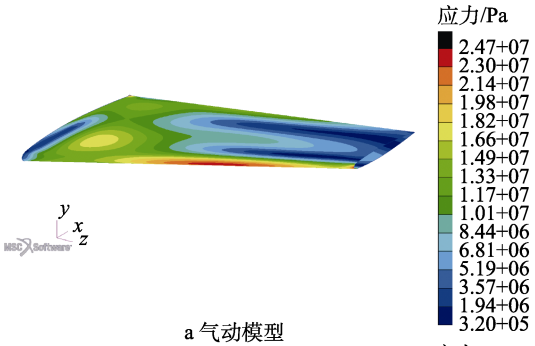
**表 2　静力分析结果**

Tab.2Results of static analysis

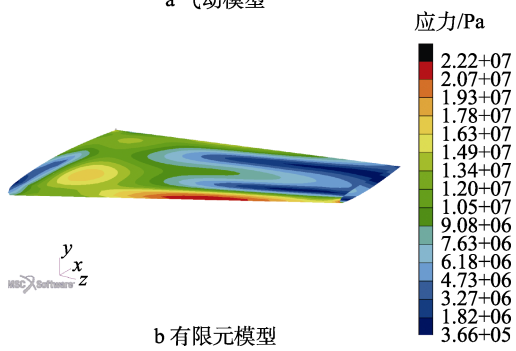
| 网格类型 | 最大应力/MPa | 最大位移/mm |
|---|---|---|
| 气动网格 | 24.7 | 3.20 |
| 有限元网格 | 22.2 | 3.13 |
| 误差/% | 10.12 | 1.26 |

应力与位移的云图对比分别如图 6、图 7 所示。可以看出，气动载荷转换施加后的静力分析结果在整体上基本一致，未来可将载荷局部细化作为此方法进一步改良的一个方向。上述载荷施加实例可以说明基于 LSCM 参数化与正交多项式拟合的气动载荷在结构有限元模型的施加在整体上能够具有足够的精度与计算效率。

本文方法可应用于其他形状的机翼乃至全机载荷施加的载荷分析中，但由于算法偏向于整体计算，




a 气动模型




b 有限元模型

图 6　载荷施加后的应力云图对比

Fig.6 Comparison of stress nephogramsafter load application: a)aerodynamic model; b)FEMl

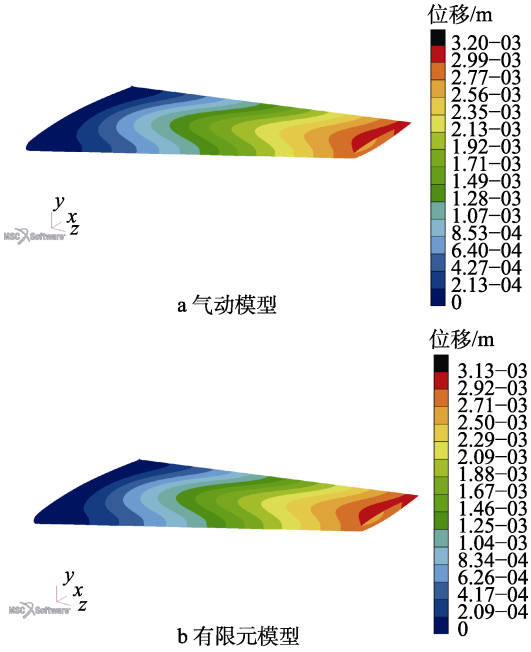



图 7　载荷施加后的位移云图

Fig.7 Comparison of displacement nephograms after load application: a)aerodynamic model; b)FEM

对复杂局部载荷的计算精度可能不足，因此对复杂结构可能需要进行分区计算。当气动载荷发生变化后，需要重新评估转换效果以及调节多项式拟合阶数。

## 4　结语

1）本文针对航空工程中常见的机翼翼面离散力学分析问题，基于最小二乘保角映射将该翼面的三维网格展平至二维平面上，可以降低后续拟合气动载荷的难度。以二维切比雪夫多项式拟合气动载荷，可以达到较高精度，且其正交性则可以减少系数矩阵的计算量。

2）上述方法在实际操作中能够通过多项式拟合阶次的改变有效平衡载荷施加的精度与计算效率，能有效应用于实际工程中的气动载荷向有限元节点施加的问题。

3）本文的载荷施加方法可以推广应用于其他翼型的机翼或气动载荷工况的载荷转换施加，并且可以通过局部分区拟合等方法进一步提升精度。

**参考文献：**

[1] 陈迎春, 李亚林, 叶军科, 等. C919 飞机增升装置工程应用技术研究进展[J]. 航空工程进展, 2010, 1(1): 1-5.
CHEN Y C, LI Y L, YE J K, et al. Study Progress about High-Lift System of C919 Airplane[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2010, 1(1): 1-5.

[2] 谢思适.飞机设计手册: 第 9 册[M]. 北京: 航空工业出版社, 2001:50-53.
XIE S S. Aircraft Design Manual: Volume 9 [M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2001:50-53.

[3] 王仁宏, 施锡泉, 罗笑南, 等. 不同网点群的载荷转换计算[J]. 工科数学, 1990, 6(3): 1-7.
WANG R H, SHI X Q, LUO X N, et al. Load Conversion Calculation of Different Dot Groups[J]. College Mathematics, 1990, 6(3): 1-7.
王仁宏, 施锡泉, 罗笑南, 等. 不同网点群的载荷转换计算[J]. 大学数学, 1990, 11(3):1-7.
WANG R H, SHI X Q, LUO X N, et al. Load Conversion Calculation of Different Dot Groups[J]. College Mathematics, 1990, 11(3):1-7.
WANG R H, SHI X Q. Load Transfer Calculation of different dot groups [J]. College Mathematics, 1990,(3): 1-7

[4] 陶梅贞. 现代飞机结构综合设计[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2001.
TAO M Z. Comprehensive Design of Modern Aircraft Structure[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2001.

[5] 刘钢, 段世慧. 大展弦比柔性机翼的结构与气动耦合特性分析[J]. 结构强度研究, 2007(2): 47-57.
LIU G, DUAN S H.Analysis of Structural and Aerodynamic Coupling Characteristics of Large Aspect Ratio Flexible Wing[J]. Structural And Strength Research, 2007(2): 47-57.

[6] 张颖, 李令芳. 飞机结构疲劳试验载荷优化分配[J]. 飞机工程, 2004(3): 55-61.
ZHANG Y, LI L F.The Optimal Distribution of Aircraft Structural Fatigue Loading[J]. Aircraft Engineering, 2004(3): 55-61.

[7] 刘鑫, 陈亮. 机翼气动载荷向结构节点等效分配的三点分法[J]. 飞机设计, 2022, 42(5): 14-17.
LIU X, CHEN L. The Three-Point Method of Transferring Aerodynamic Loads to FEM Nodes for Airfoil[J]. Aircraft Design, 2022, 42(5): 14-17.

[8] 谭玉生, 杨全, 陈栋梁. 面向 Nastran 的飞机外载荷计算方法研究[J]. 科技创新与应用, 2019, 9(30): 9-10.
TAN Y S, YANG Q, CHEN D L. Research on Calculation Method of Aircraft External Load for Nastran[J]. Technology Innovation and Application, 2019, 9(30): 9-10.

[9] 张帆, 陈飙松, 刘君, 等. 流固耦合分析的载荷映射开放式软件架构设计[J]. 计算力学学报, 2015, 32(2): 186-191.
ZHANG F, CHEN B S, LIU J, et al. Open Style Software Framework Design for Load Mapping of Fluid-Structure Interaction Analysis[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2015, 32(2): 186-191.

[10] 王想生, 赵彬,李永刚, 等. 基于 ISIGHT/NASTRAN 的机翼翼梁的结构优化设计[J]. 飞机设计, 2008, 28(4): 23-27.
WANG X S, ZHAO B, LI Y G, et al. Structure Optimization of Airfoil Based on ISIGHT/NASTRAN[J]. Aircraft Design, 2008, 28(4): 23-27.

[11] 罗笑南, 王仁宏. 工程应用中的 Lagrange 乘数法[J]. 数学的实践与认识, 1993, 23(2): 51-56.

LUO X N, WANG R H. Lagrange Multiplier Method in Engineering Application[J]. Mathematics in Practice and Theory, 1993, 23(2): 51-56.

[12] 高尚君, 于哲峰, 汪海. 基于弹簧-悬臂梁模型最小变形能的气动载荷分配方法[J]. 飞机设计, 2013, 33(6): 1-4.
GAO S J, YU Z F, WANG H. Conversion of Aerodynamic Load Based on Spring-Cantilever Model with Minimal Strain Energy Criterion[J]. Aircraft Design, 2013, 33(6): 1-4.

[13] LI T, MAO Z, CAI Y, WANG B, et al.AMulti-Dimensional Lagrange Multiplier Method to Identify the Load Distribution on 3D Special-Shaped Surface in the Strength Analysis of Aircraft Structure[J]. International-Journal of Computational Methods, 2023, 20(3): 265-274.

[14] WITTEVEEN J, BIJL H. Explicit Mesh Deformation Using Inverse Distance Weighting Interpolation[C]// 19th AIAA Computational Fluid Dynamics. San Antonio, Texas. Reston, Virigina: AIAA, 2009: AIAA2009-3996.

[15] YANG F, YUE Z, LU T J. Non-matching meshes data transfer using Kriging model and greedy algorithm[J].
YANG F, YUE Z F, LU T J. Non-Matching Meshes Data Transfer Using Kriging Model and Greedy Algorithm[J]. Advances in Engineering Software, 2018, 121: 197-205.

[16] DOU W Y, ZHANG L L, CHEN G, et al. A Combined Radial Basis Function Based Interpolation Method for Fluid-Structure Interaction Problems and Its Application on High-Speed Trains[J]. Advances in Engineering Software, 2019, 131: 143-152.

[17] CHENG P, ZHAO Y, SUN Y C. Comparison of RBFS Interpolation for Load Transfer on Wing Structure[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2021, 1877(1): 012008.

[18] JOSHI V, JAIMAN R K, OLLIVIER-GOOCH C. A Variational Flexible Multibody Formulation for Partitioned Fluid–Structure Interaction: Application to Bat-Inspired Drones and Unmanned Air-Vehicles[J]. Computers & Mathematics with Applications, 2020, 80(12): 2707-2737.

[19] GUO W Z, SHUI Y T, NIE L, CHEN G. Fluid-Structure Interaction Simulation for Multi-Body Flexible Morphing Structures[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2024, 37(2): 137-147

[20] 邱智勇, 王轲. 基于模态振型的载荷转换计算方法[J]. 力学与实践, 2023, 45(3): 607-614.
QIU Z Y, WANG K. The Method of Load Conversion Based on the Modal Vibration Pattern[J]. Mechanics in Engineering, 2023, 45(3): 607-614.

[21] LI J X, LUO J Q, LIU Y L, et al. Static Aeroelasticity Analysis of a Rotor Blade Using a Gauss-Seidel Fluid- Structure Interaction Method[J]. Advances in Aerodynamics, 2023, 5(1): 23.

[22] 张建刚, 孙仁俊, 唐长红. 大型飞机气动载荷向有限元节点等效分配的方法[J]. 力学与实践, 2017, 39(1): 25-29.
ZHANG J G, SUN R J, TANG C H. The Method of Transferring Aerodynamic Load to Fem Nodes for Large Airplane[J]. Mechanics in Engineering, 2017, 39(1): 25-29.

[23] MAZHAR F, JAVED A, ALTINKAYNAK A. A Novel Artificial Neural Network-Based Interface Coupling Approach for Partitioned Fluid-Structure Interaction Problems[J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2023, 151: 287-308.

[24] LÉVY B, PETITJEAN S, RAY N, et al. Least Squares Conformal Maps for Automatic Texture Atlas Generation[J]. ACM Transactions on Graphics, 2002, 21(3): 362-371.

[25] 李二涛, 张国煊, 曾虹. 基于最小二乘的曲面拟合算法研究[J]. 杭州电子科技大学学报, 2009, 29(2): 48-51.
LI E T, ZHANG G X, ZENG H. Algorithm of Surface Fitting Research Based on Least-Squares Methods[J]. Journal of Hangzhou DianziUniversity, 2009, 29(2): 48-51.